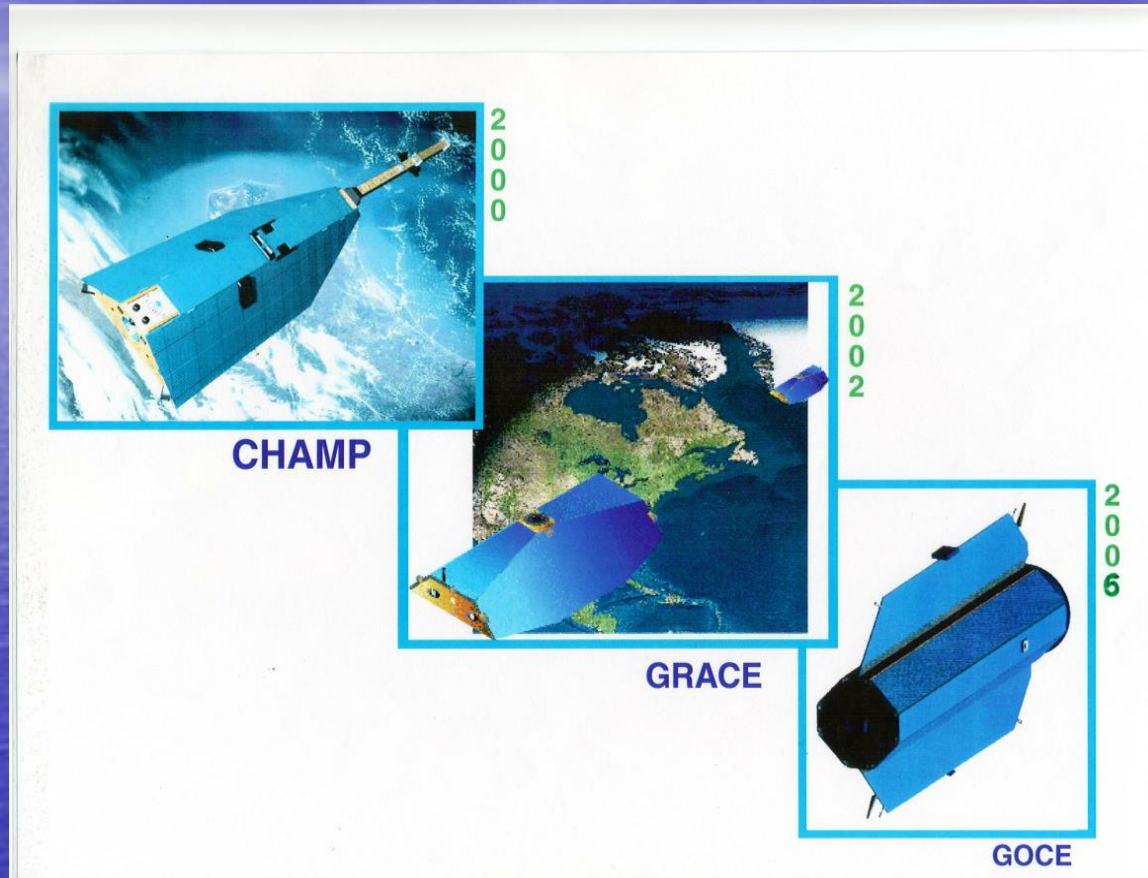


# Региональные модели гравитационного поля Земли по данным спутниковых миссий Grace и GOCE, приложения в Арктике



*Михайлов В. О.*

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

As it is well-known, according to Newton's law of gravitation, the potential  $W_a$  of an attractive body with mass density  $\rho$  is the integral (written in cartesian coordinates  $x, y, z$ )

$$W_a(x, y, z) = G \iiint_v \frac{\rho(x', y', z')}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} dx' dy' dz' \quad (1)$$

over the volume  $v$  of the body, where  $G$  is the Newtonian gravitational constant, and  $dv = dx' dy' dz'$  is the element of volume. For  $\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \rightarrow \infty$  the potential  $W_a$  behaves like the potential of a point mass located at the bodies centre of mass with the total mass of the body. It can be shown that  $W_a$  satisfies *Poisson's equation*

$$\nabla^2 W_a = -4\pi G \rho \quad (2)$$

where  $\nabla$  is the Nabla operator and  $\nabla^2$  is called the Laplace operator (e.g. Bronshtein et al., 2004). Outside the masses the density  $\rho$  is zero and  $W_a$  satisfies *Laplace's equation*

$$\nabla^2 W_a = 0 \quad (3)$$

thus  $W_a$  is a *harmonic function* in empty space (e.g. Blakely, 1995).

On the rotating Earth, additionally to the attracting force, also the centrifugal force is acting which can be described by its (non-harmonic) centrifugal potential

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{2} \omega^2 d_z^2 \quad (4)$$

where  $\omega$  is the angular velocity of the Earth and  $d_z = \sqrt{x^2 + y^2}$  is the distance to the rotational ( $z$ -) axis. Hence, the potential  $W$  associated with the rotating Earth (e.g. in an Earth-fixed rotating coordinate system) is the sum of the attraction potential  $W_a$  and the centrifugal potential  $\Phi$

$$W = W_a + \Phi \quad (5)$$

The associated force vector  $\vec{g}$  acting on a unit mass, the *gravity vector*, is the gradient of the potential

$$\vec{g} = \nabla W \quad (6)$$

and the magnitude

$$g = |\nabla W| \quad (7)$$

is called *gravity*. Potentials can be described (and intuitively visualised) by its equipotential surfaces. From the theory of harmonic functions it is known, that the knowledge of one equipotential surface is sufficient to define the whole harmonic function outside this surface.

For the Earth one equipotential surface is of particular importance: the *geoid*. Among all equipotential surfaces, the geoid is the one which coincides with the undisturbed sea surface (i.e. sea in static equilibrium) and its fictitious continuation below the continents as sketched in Fig. 1 (e.g. Vaníček & Christou, 1994, Vaníček & Krakiwsky, 1982 or Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). Being an equipotential sur-

face, the geoid is a surface to which the force of gravity is everywhere perpendicular (but not equal in magnitude!). To define the geoid surface in space, simply the correct value  $W_0$  of the potential has to be chosen:

$$\boxed{W(x, y, z) = W_0 = \text{constant}} \quad (8)$$

As usual we split the potential  $W$  into the normal potential  $U$  and the disturbing potential  $T$

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) \quad (9)$$

and define “shape” and “strengths” of the normal potential as follows: (a) The equipotential surfaces ( $U(x, y, z) = \text{constant}$ ) of the normal potential should have the shapes of ellipsoids of revolution and (b) the equipotential surface for which holds  $U(x, y, z) = W_0$  (see eq. 8) should approximate the geoid, i.e. the undisturbed sea surface, as good as possible (i.e. in a least squares fit sense). It is advantageous to define ellipsoidal coordinates  $(h, \lambda, \phi)$  with respect to this level ellipsoid  $U(h = 0) = U_0 = W_0$ , where  $h$  is the height above ellipsoid (measured along the ellipsoidal normal),  $\lambda$  is the ellipsoidal longitude and  $\phi$  the ellipsoidal latitude. Thus eq. (9) writes (note that the normal potential  $U$  does not depend on  $\lambda$ ):

$$\boxed{W(h, \lambda, \phi) = U(h, \phi) + T(h, \lambda, \phi)} \quad (10)$$

and the geoid, in ellipsoidal coordinates, is the equipotential surface for which holds

$$\boxed{W(h = N(\lambda, \phi), \lambda, \phi) = U((h = 0), \phi) = U_0} \quad (11)$$

where  $N(\lambda, \phi)$  is the usual representation of the geoid as heights  $N$  with respect to the ellipsoid ( $U = U_0$ ) as a function of the coordinates  $\lambda$  and  $\phi$ . Thus  $N$  are the undulations of the geoidal surface with respect to the ellipsoid. This geometrical ellipsoid together with the normal ellipsoidal potential is called *Geodetic Reference System* (e.g. NIMA, 2000 or Moritz, 1980). Now, with the ellipsoid and the geoid, we have two reference surfaces with respect to which the height of a point can be given. We will denote the height of the Earth’s surface, i.e. the height of the topography, with respect to the ellipsoid by  $h_t$ , and with respect to the geoid by  $H$ , hence it is (see fig. 1):

$$\boxed{h_t(\lambda, \phi) = N(\lambda, \phi) + H(\lambda, \phi)} \quad (12)$$

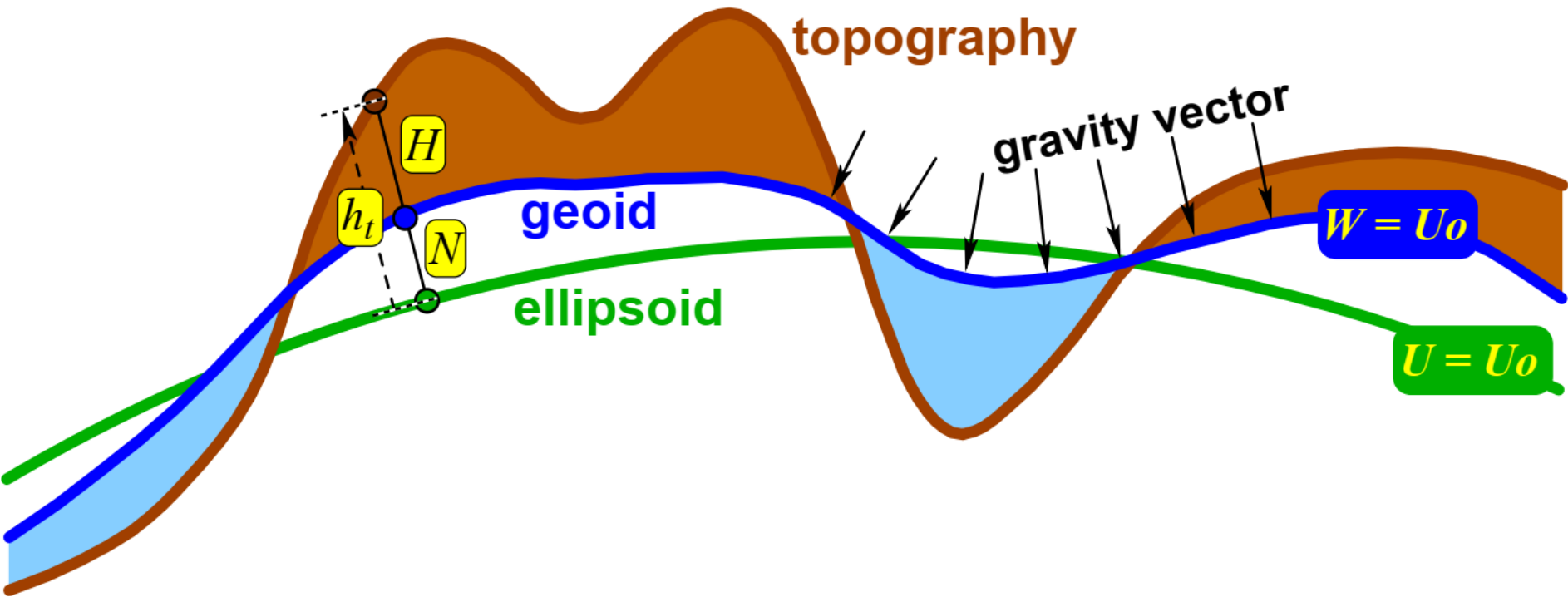


Figure 1: The ellipsoid, the geoid and the topography

$$W_a(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{r} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} \sum_{m=0}^{\ell} \left(\frac{R}{r}\right)^{\ell} P_{\ell m}(\sin \varphi) (C_{\ell m}^W \cos m\lambda + S_{\ell m}^W \sin m\lambda) \quad (108)$$

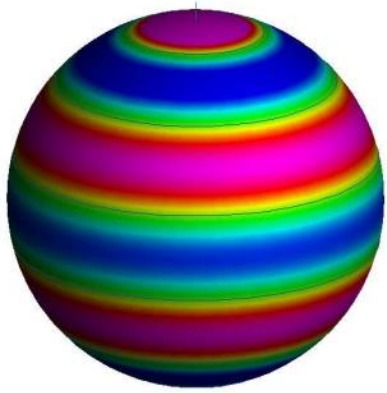
which shows the  $1/r$ -behaviour for  $r \rightarrow \infty$ , or written in the form

$$W_a(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{R} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} \sum_{m=0}^{\ell} \left(\frac{R}{r}\right)^{\ell+1} P_{\ell m}(\sin \varphi) (C_{\ell m}^W \cos m\lambda + S_{\ell m}^W \sin m\lambda)$$

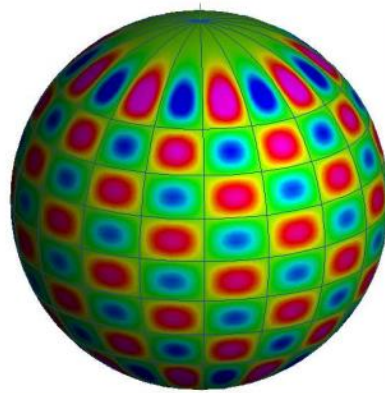
which is sometimes useful in practice. The notations are:

- $r, \lambda, \varphi$  - spherical geocentric coordinates of computation point  
(radius, latitude, longitude)
- $R$  - reference radius
- $GM$  - product of gravitational constant and mass of the Earth
- $\ell, m$  - degree, order of spherical harmonic
- $P_{\ell m}$  - fully normalised Legendre functions
- $C_{\ell m}^W, S_{\ell m}^W$  - Stokes' coefficients (fully normalised)

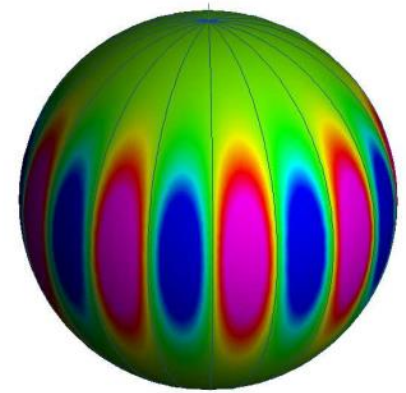
Figure 4 presents examples for the three different kinds of spherical harmonics  $P_{\ell m}(\sin \varphi) \cdot \cos m\lambda$ : (a) zonal with  $l \neq 0, m = 0$ , (b) tesseral with  $l \neq 0, m \neq l \neq 0$  and (c) sectorial harmonics with  $l = m \neq 0$ .



zonal:  $\ell = 6, m = 0$

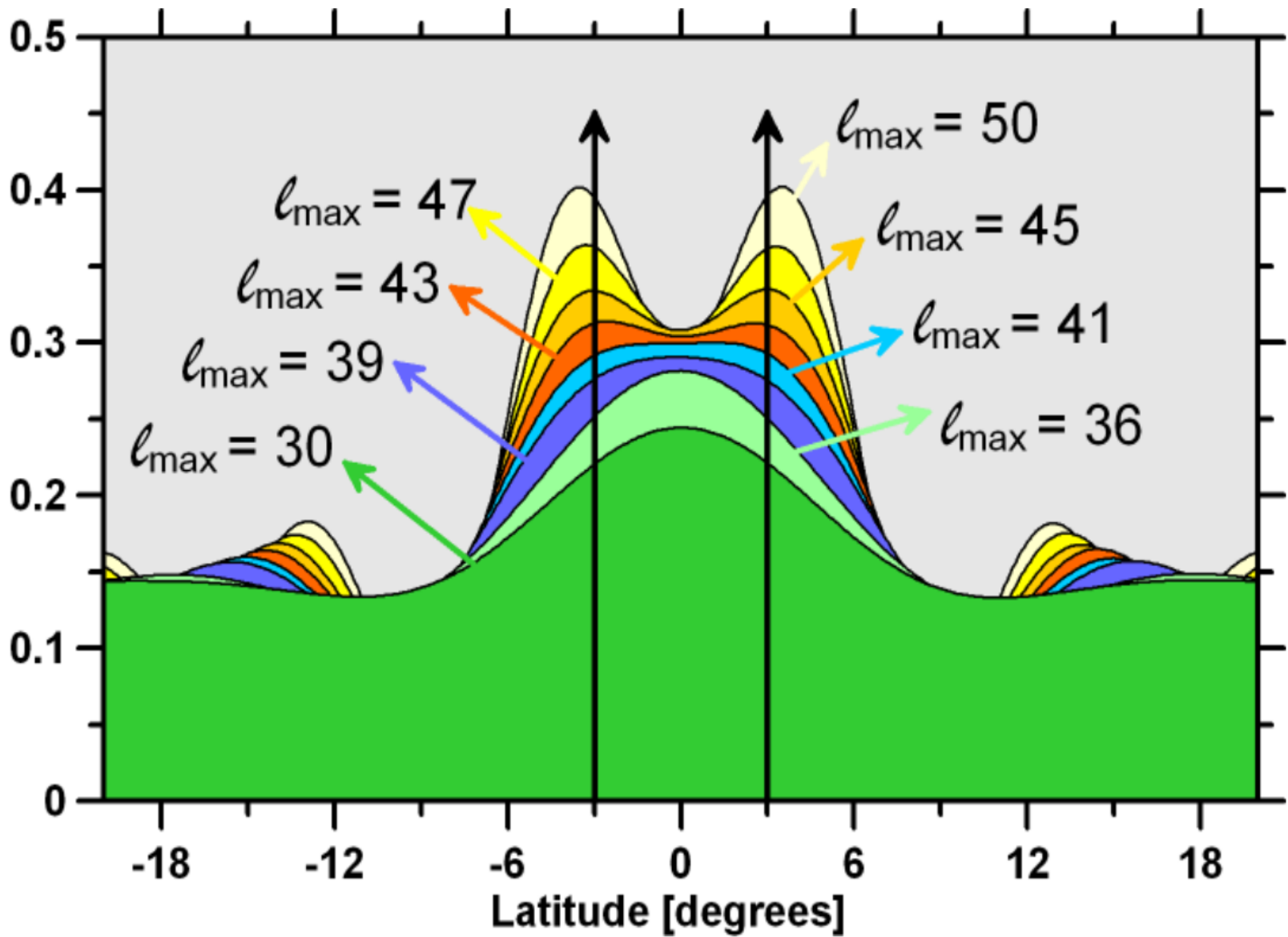


tesseral:  $\ell = 16, m = 9$



sectorial:  $\ell = 9, m = 9$

**Figure 4:** Examples for spherical harmonics  $P_{\ell m}(\sin \varphi) \cdot \cos m\lambda$  [from  $-1$  (blue) to  $+1$  (violet)]



**Figure 5:** Cross-sections through 2 peaks, which are originally  $6^\circ$  apart, after approximation by spherical harmonics of different maximum degrees  $l_{\max}$



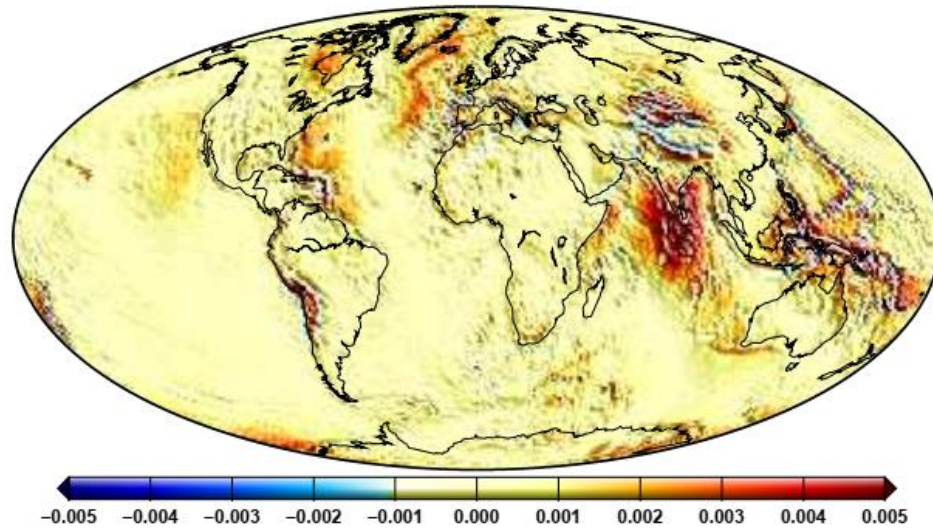


Figure 6: The difference between the start value  $N_1^c$  and the convergence  $N^c$  of eq. (54):  $(N_1^c - N^c)$ ; wrms =  $1.3 \times 10^{-3}$  m, min = -0.015 m, max = 0.022 m

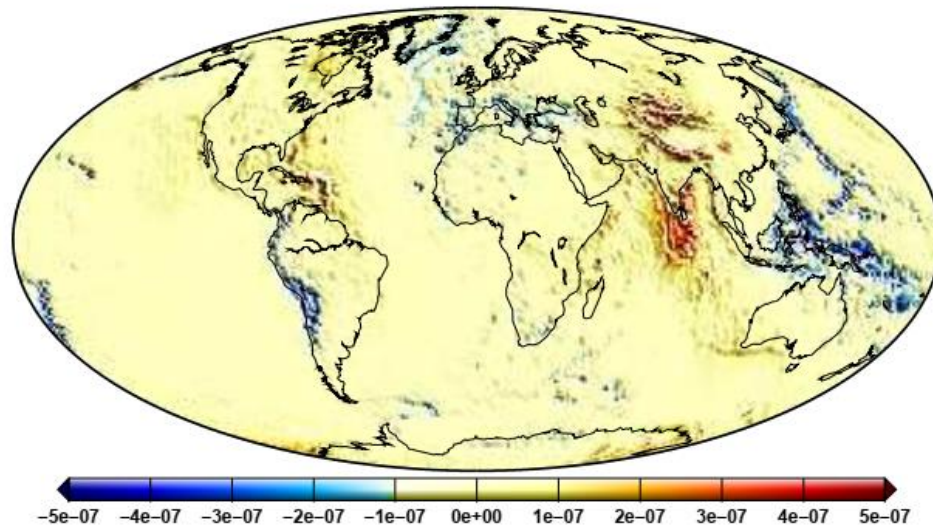


Figure 7: The difference between the first iteration  $N_2^c$  and the convergence of eq. (54):  $(N_2^c - N^c)$ ; wrms =  $1.4 \times 10^{-7}$  m, min =  $-5.7 \times 10^{-6}$  m, max =  $3.8 \times 10^{-6}$  m

# Главные инновации последних проектов:

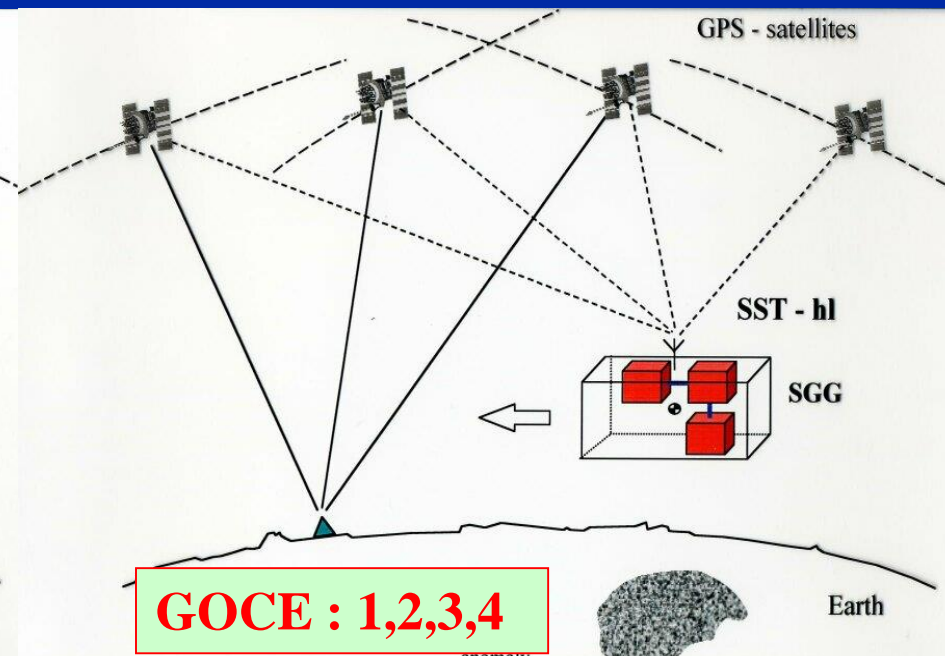
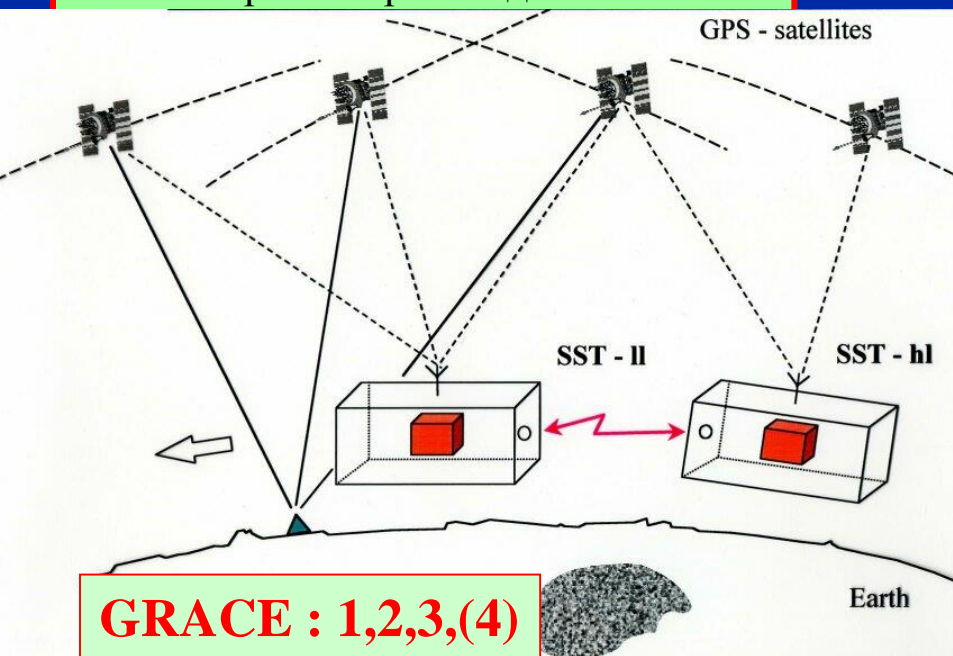
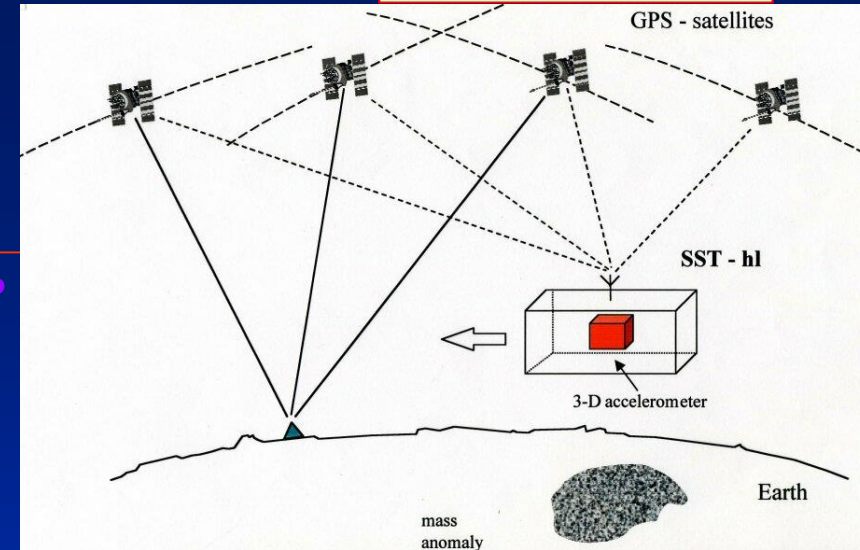
1. Низкие орбиты
2. Слежение за орбитами со спутников GPS
3. Коррекция ускорений с помощью бортового акселерометра.
4. Увеличение чувствительности за счет измерения производных.

*CHAMP*

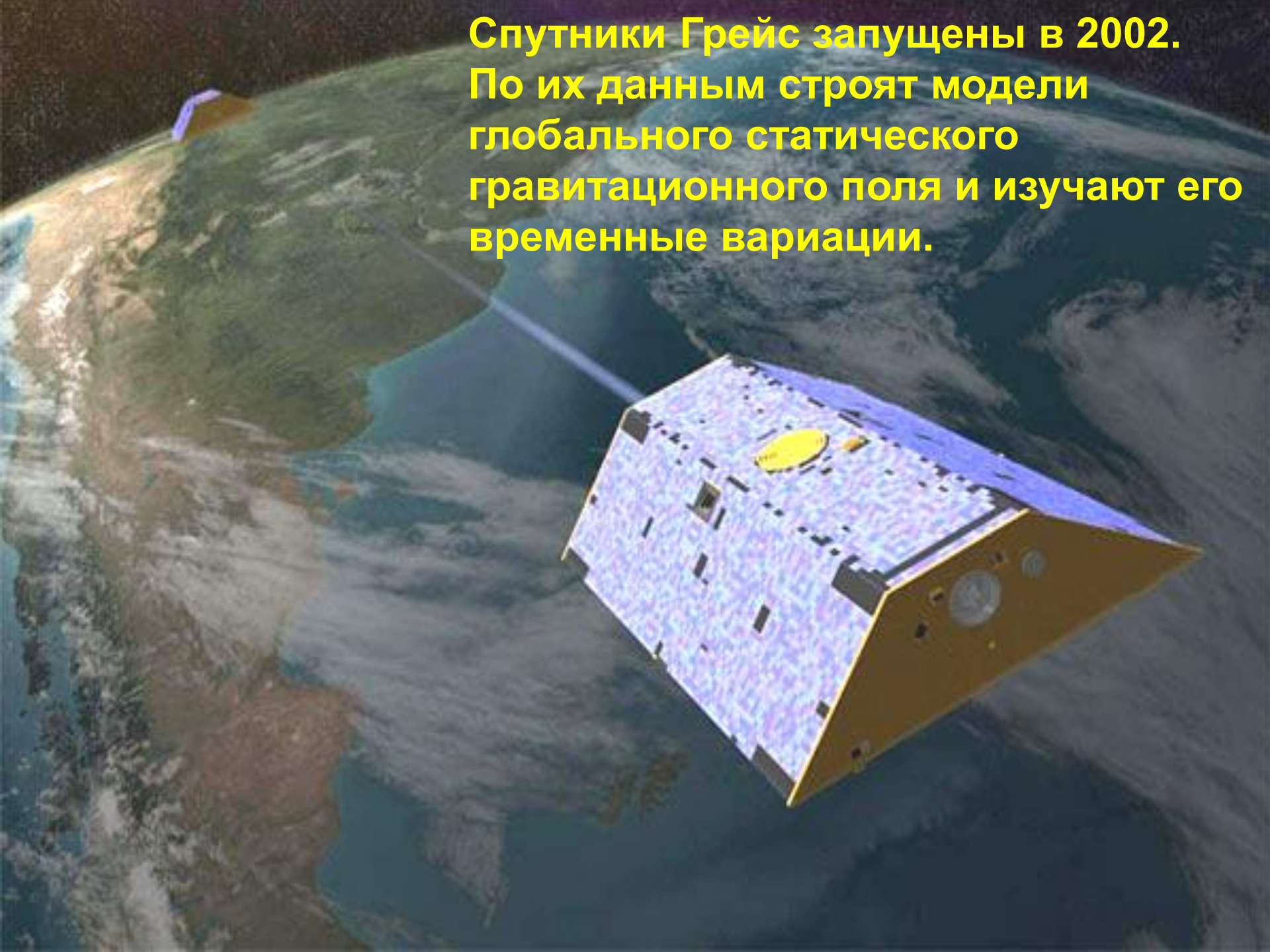
*GRACE*

*GOCE*

**CHAMP : 1,2,3**



**Спутники Грейс запущены в 2002.  
По их данным строят модели  
глобального статического  
гравитационного поля и изучают его  
временные вариации.**

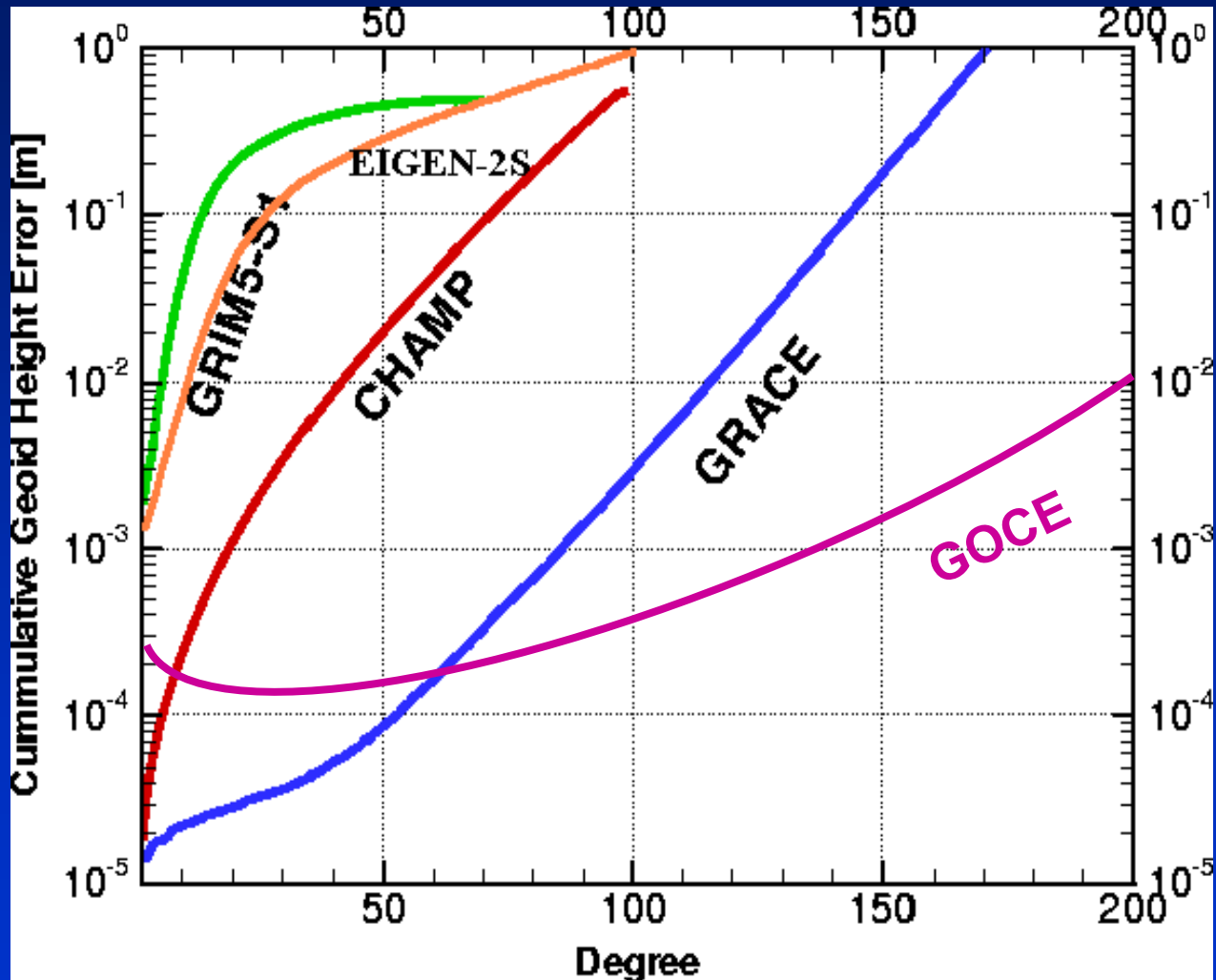


*GOCE приближается к старту*

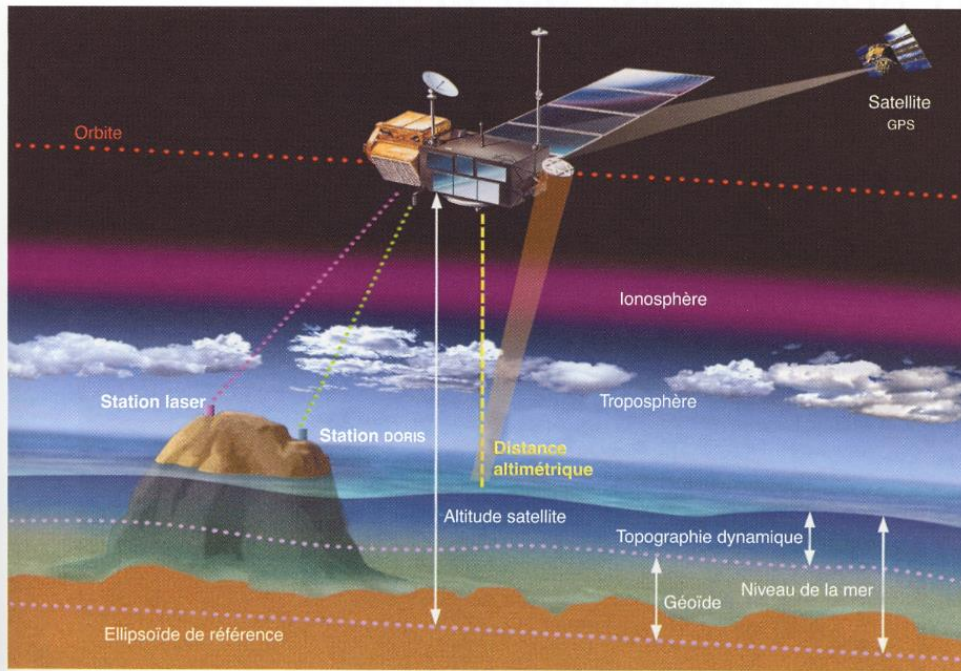


*ESTEC, 3 mai 2004*

# Суммарная погрешность определения высот геоида как функция максимального номера сферической гармоники

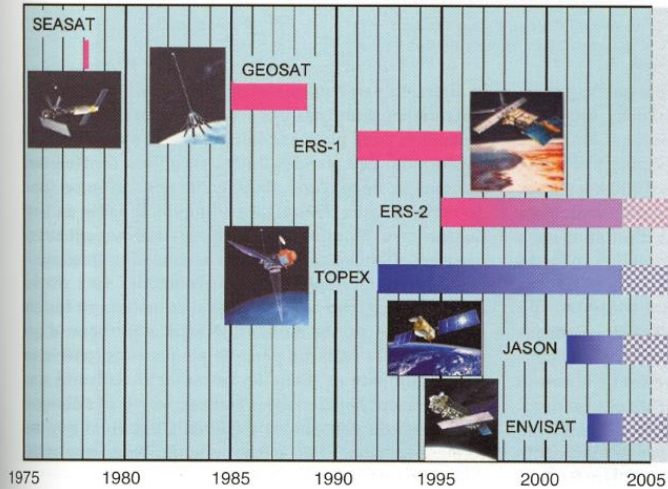


CHAMP : 7 yers  
GRACE : 5 years  
GOCE : 1 year



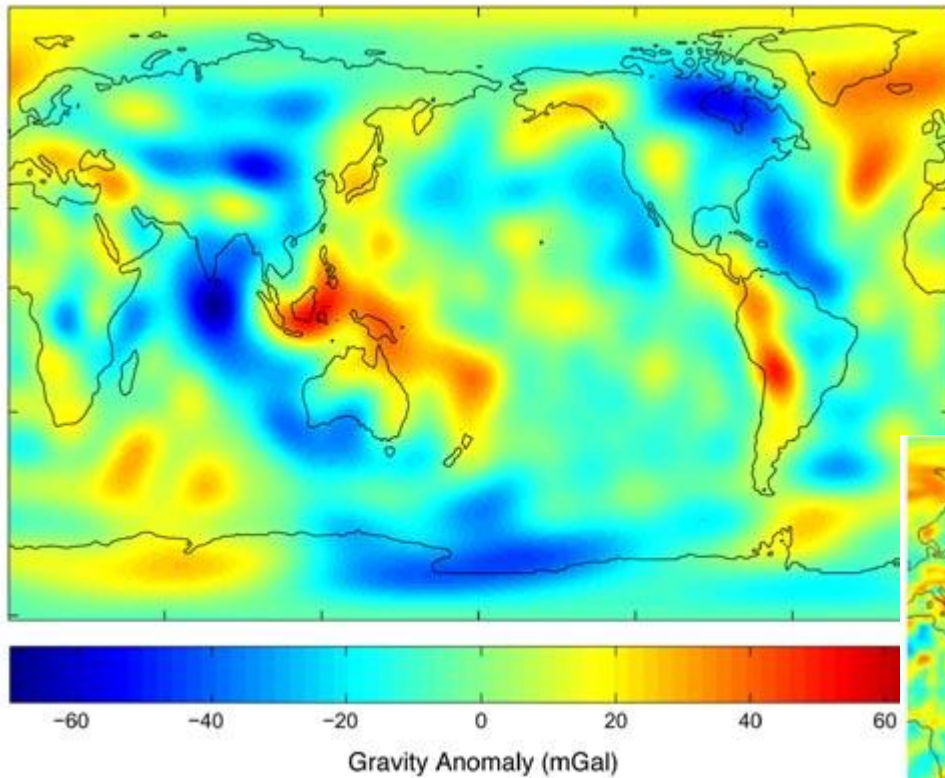
**Principe de l'altimétrie par satellite.** À bord du satellite est embarqué un altimètre radar qui mesure à intervalles réguliers la hauteur du satellite au-dessus de la surface de la mer (distance altimétrique). L'orbite du satellite est, quant à elle, mesurée à l'aide de systèmes de poursuite géodésiques (téléométrie laser et système radioélectrique DORIS

— pour Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégrés par Satellite). Cela permet de calculer l'altitude du satellite par rapport à l'ellipsoïde de référence. La différence entre cette altitude et la hauteur mesurée par le radar donne le niveau de la mer par rapport à cet ellipsoïde de référence.

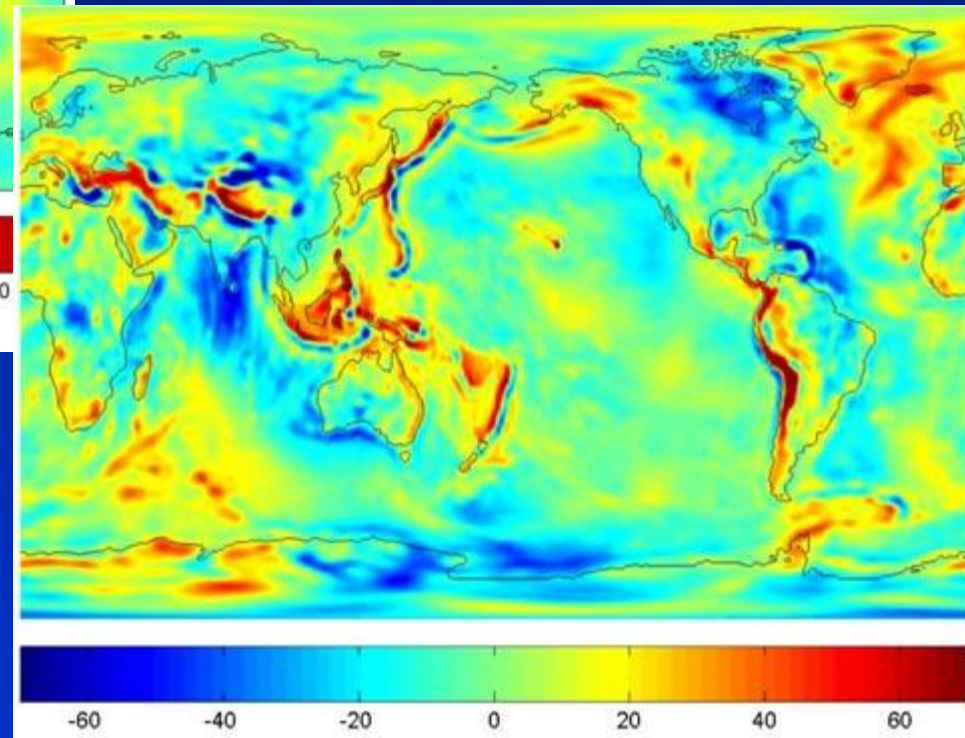


**Tableau des dates de lancement** des différents satellites altimétriques. Les satellites ERS-2, TOPEX, JASON et ENVISAT sont toujours en activité.

## Статическое поле.

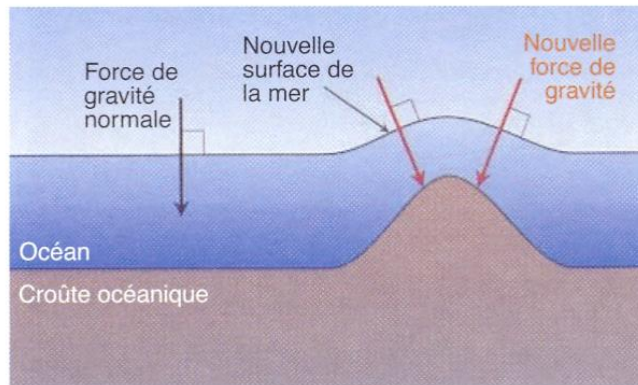


*Глобальное гравитационное поле, полученное за 10 лет слежения за орбитами спутников.*

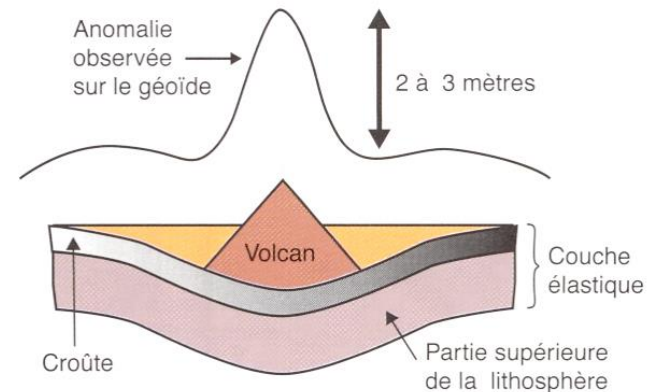


*Модель глобального гравитационного поля GGM02S, полученная за 363 дня работы системы Gracе*

# Уровень моря отражает подводный рельеф



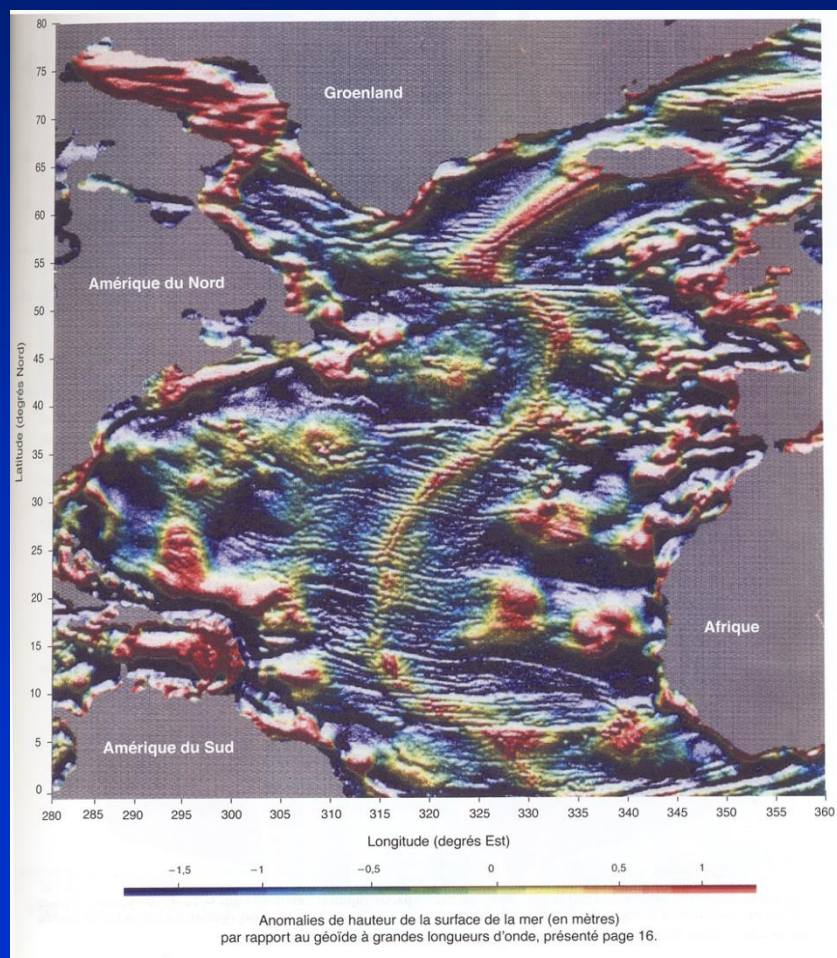
L'altimétrie permet de cartographier les ondulations de la surface de la mer. Au dessus d'un volcan sous-marin, la surface de la mer se bombe. Au-dessus d'une fosse, elle se creuse. Elle épouse donc exactement la forme des reliefs sous-marins. Quelle en est la raison? La surface de la mer suit une figure d'équilibre telle que l'énergie potentielle de gravitation est partout la même (on parle de surface équipotentielle). Les lois de la physique indiquent en effet que la surface d'un fluide placé dans un champ de gravitation est une surface d'équilibre, partout normale à la direction locale de la gravité et sur laquelle l'énergie potentielle de gravitation est constante. La présence d'une montagne sous-marine crée localement un excès de gravité. Afin qu'à la surface de l'océan, l'énergie



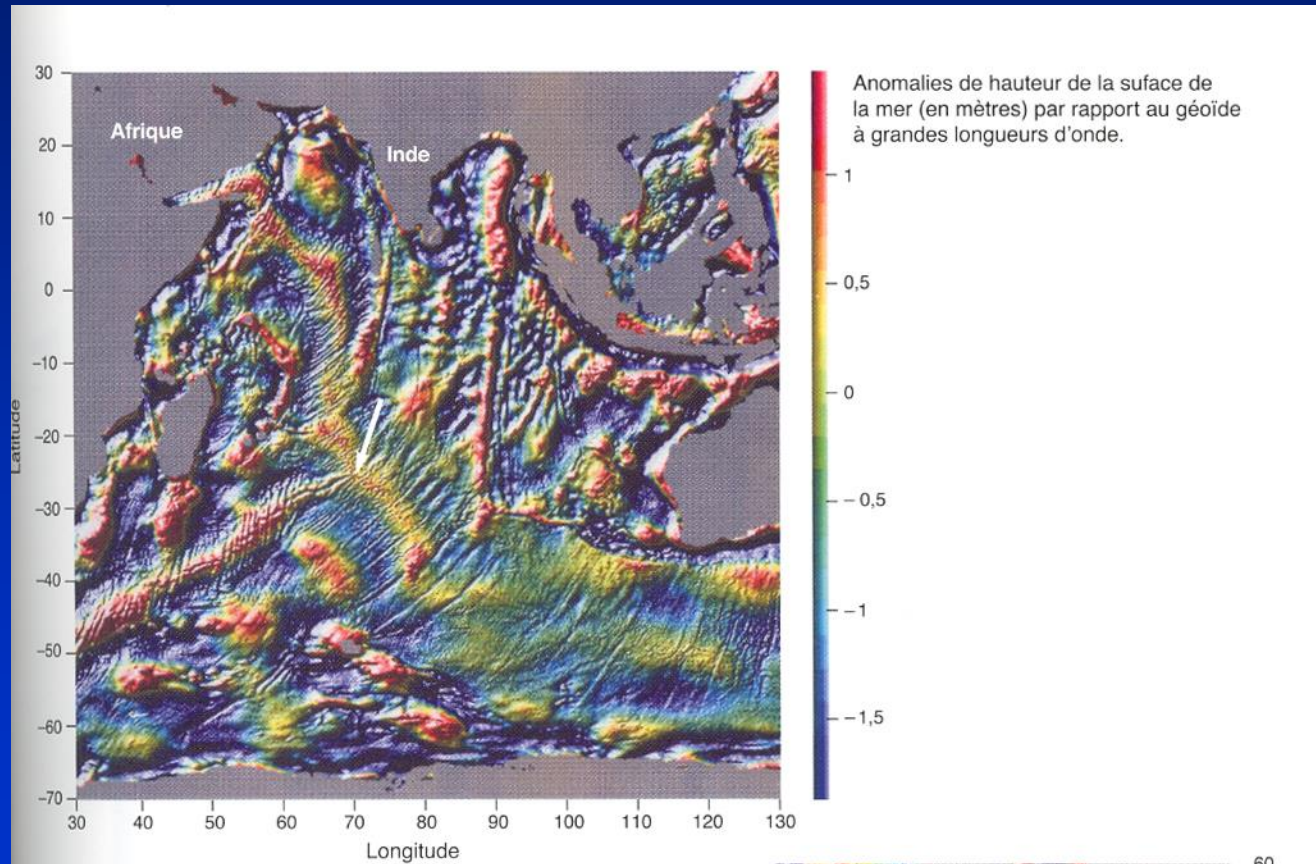
potentielle reste constante, l'excès de gravité est compensé par un accroissement de la distance qui sépare la montagne de la surface marine, d'où un bombement de cette dernière (voir le schéma ci-dessus, à gauche). Le raisonnement inverse s'applique à une fosse sous-marine, qui correspond à un déficit de masse. On voit donc que la mesure de l'amplitude des creux et bosses de la surface marine permet de déterminer les reliefs sous-marins. Mais pour calculer avec précision l'altitude des reliefs, il faut aussi tenir compte de la déformation de la plaque océanique sous la charge du relief (schéma ci-dessus, à droite). Pour cela, on utilise des modèles du comportement mécanique de la lithosphère, qui eux-mêmes dépendent de l'âge de la croûte océanique.



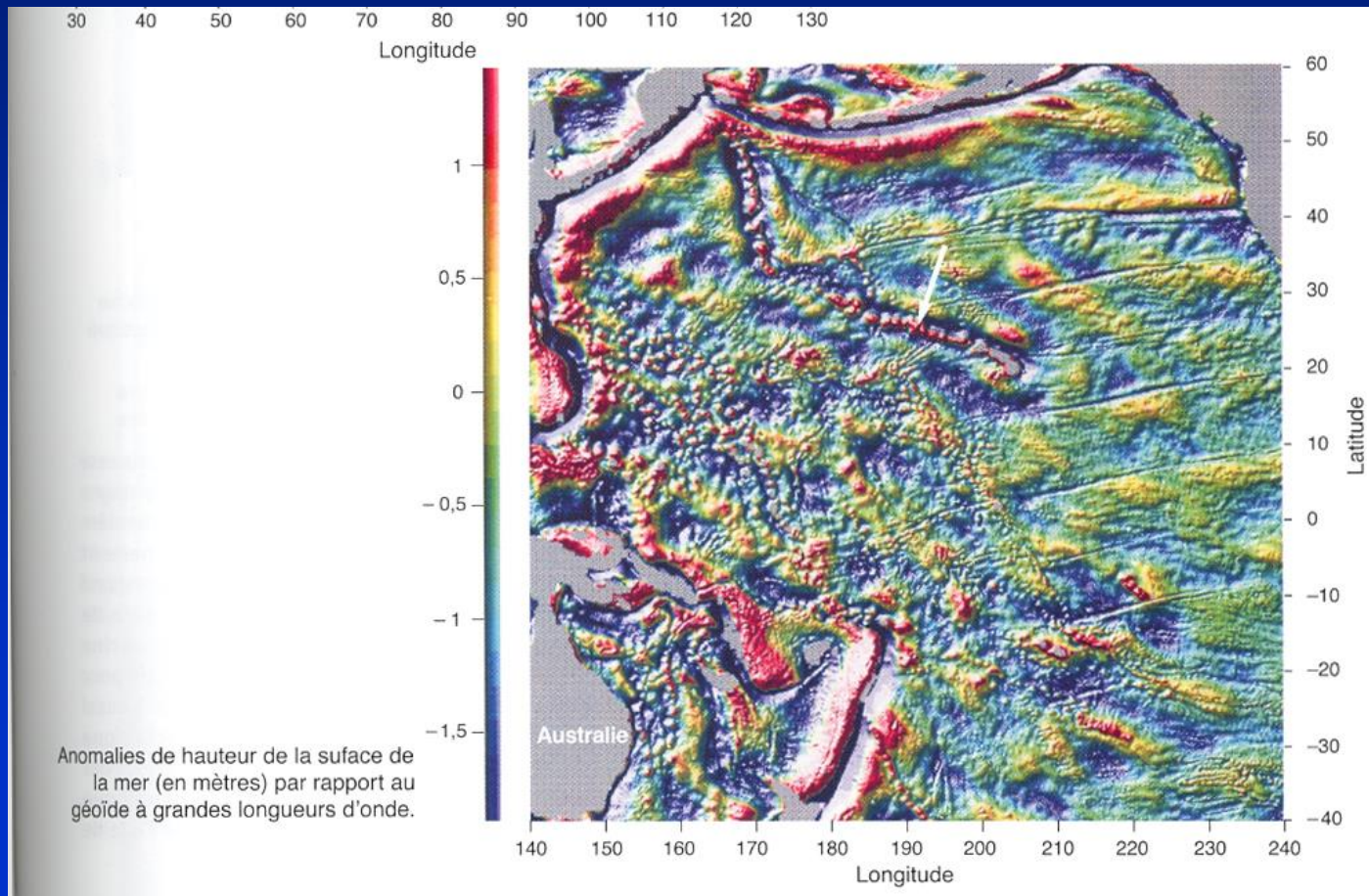
# Отклонение уровня моря от длиннопериодной составляющей геоида в Северной части Атлантического океана



# Отклонение уровня моря от длинопериодной составляющей геоида в Индийском океане



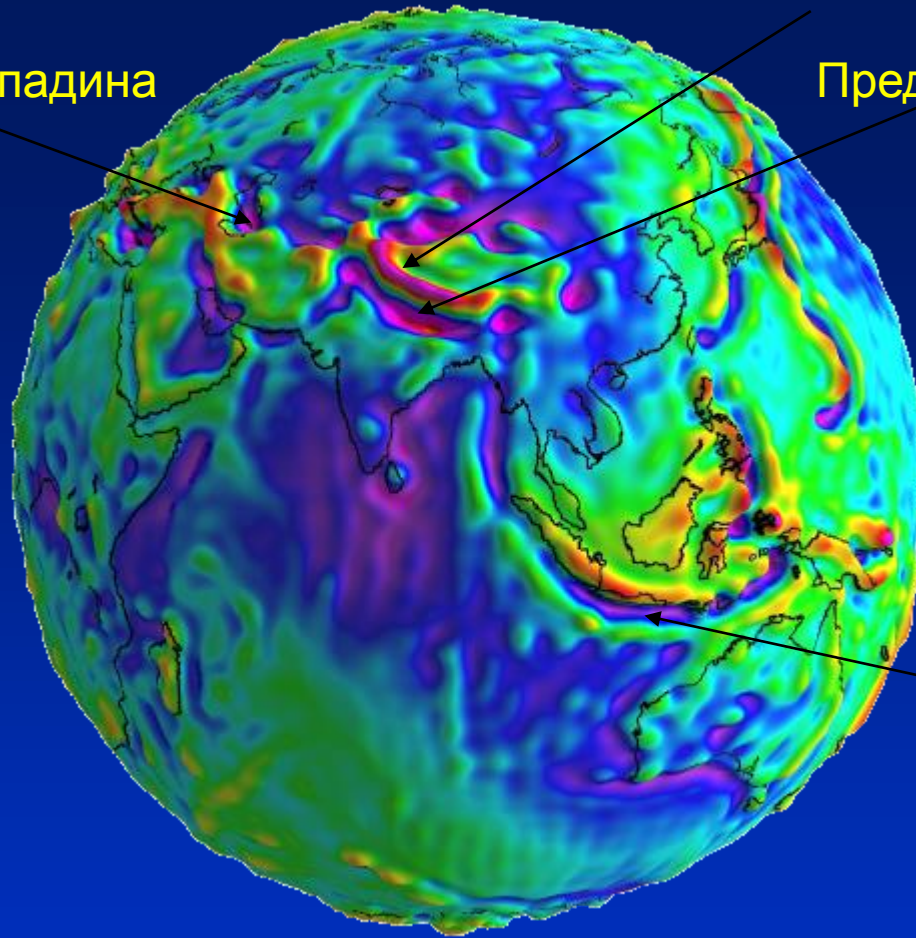
# Отклонение уровня моря от длиннопериодной составляющей геоида в Тихом океане



Южнокаспийская впадина

Гималаи, плато Тибет

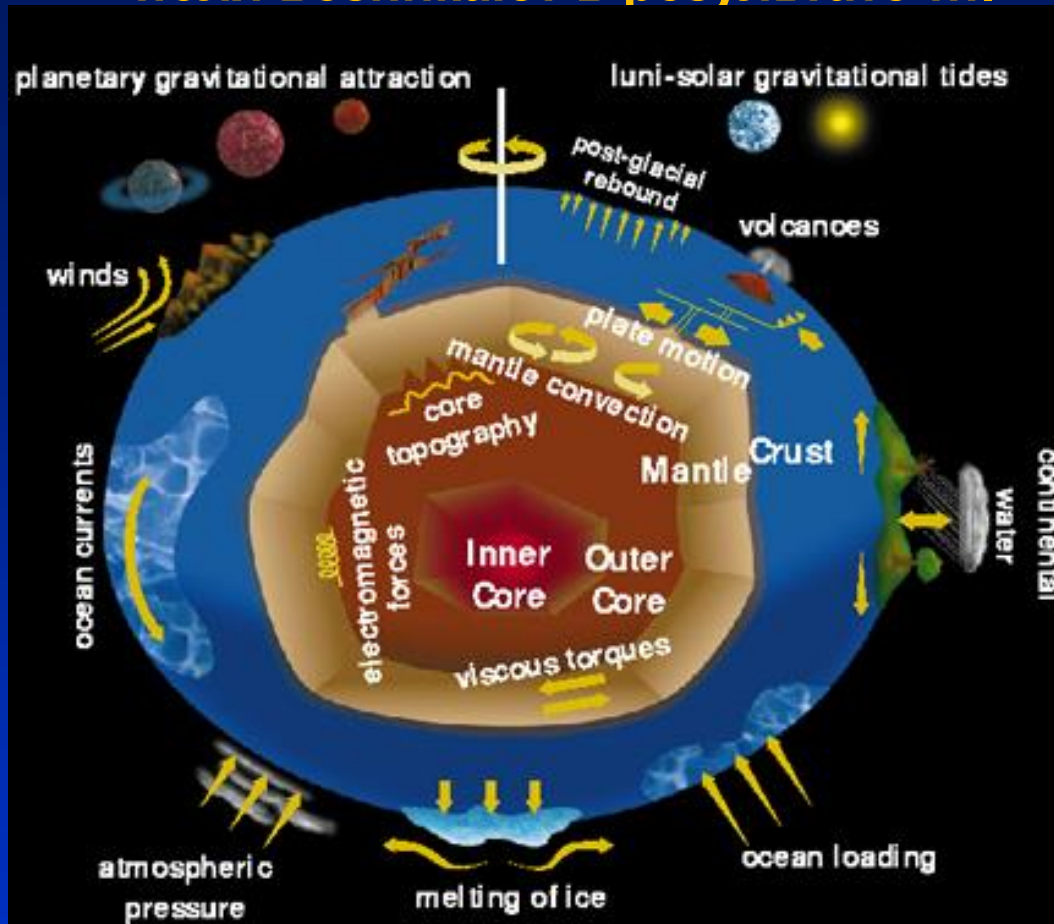
Предгорные прогиб



Островные дуги

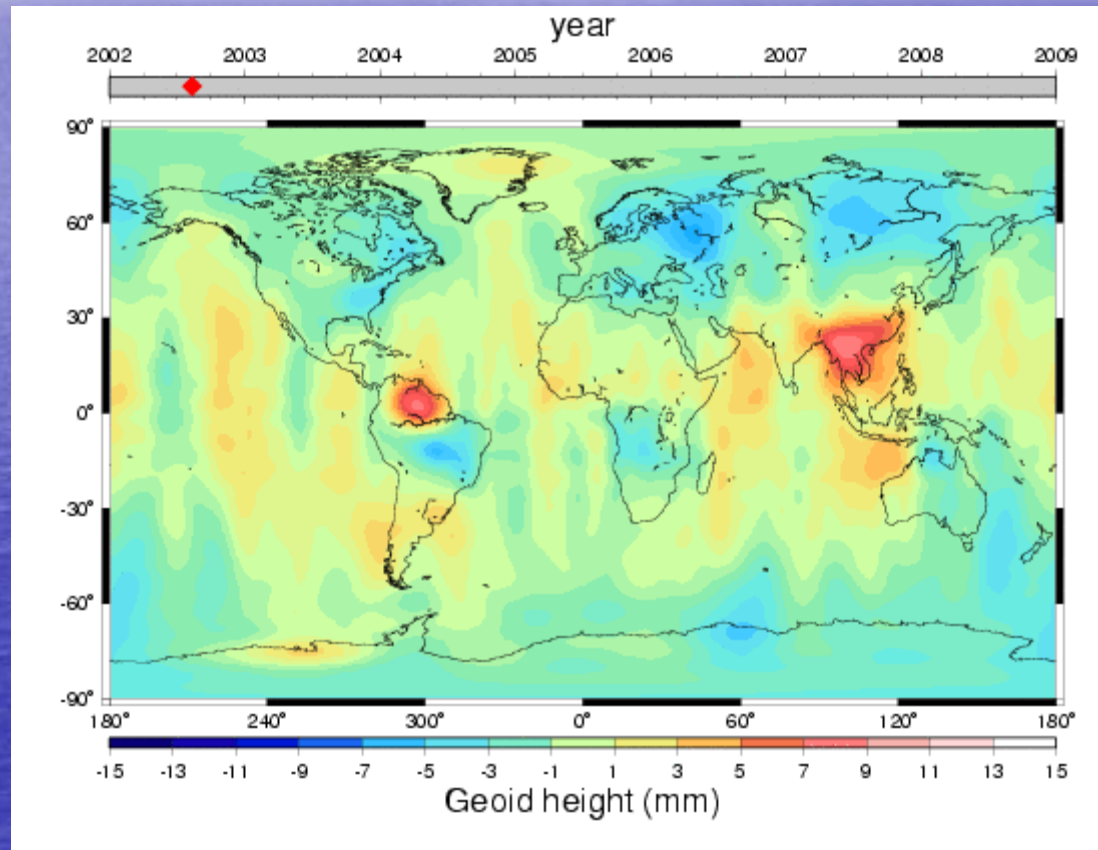
Модель глобального гравитационного поля  
по данным спутников ГРЕЙС

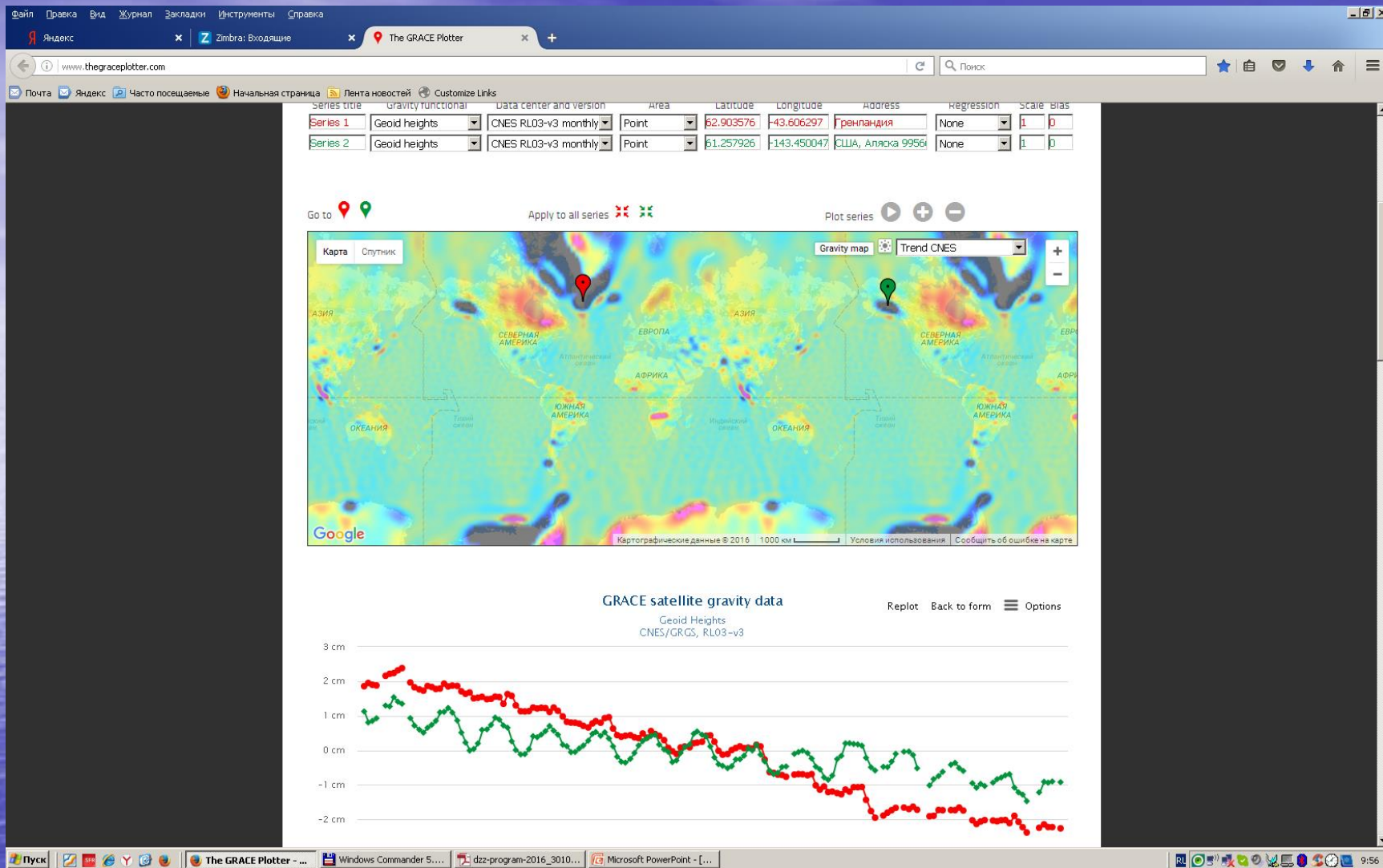
# Временные вариации глобального гравитационного поля возникают в результате ....



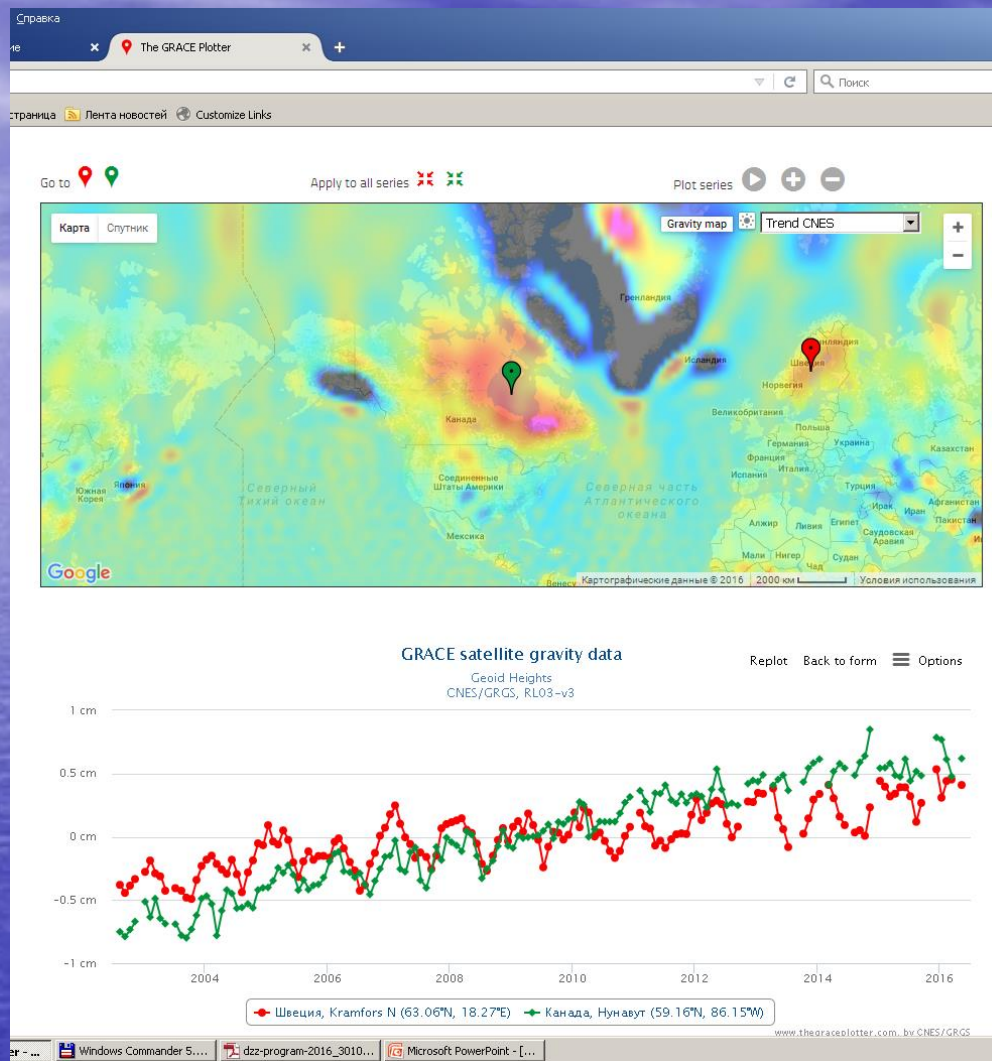
Одно из основных вкладов в вариации гравитационного поля является динамическая часть временные вариации геодинимической природы, в частности, связанные с динамикой атмосферы, океана и ледников, изменение стока крупных рек, постледниковыми изостатическими поднятиями и косейсмическими и мощностями снежного покрова и другие сезонные процессы. Соответствующие им постсейсмическими процессами в областях крупных землетрясений [Gross & Saib, 2004, Mikhalov et al., 2004, Sun & Okubo, 2004, de Viron et al., 2008].

# Временные вариации глобального гравитационного поля



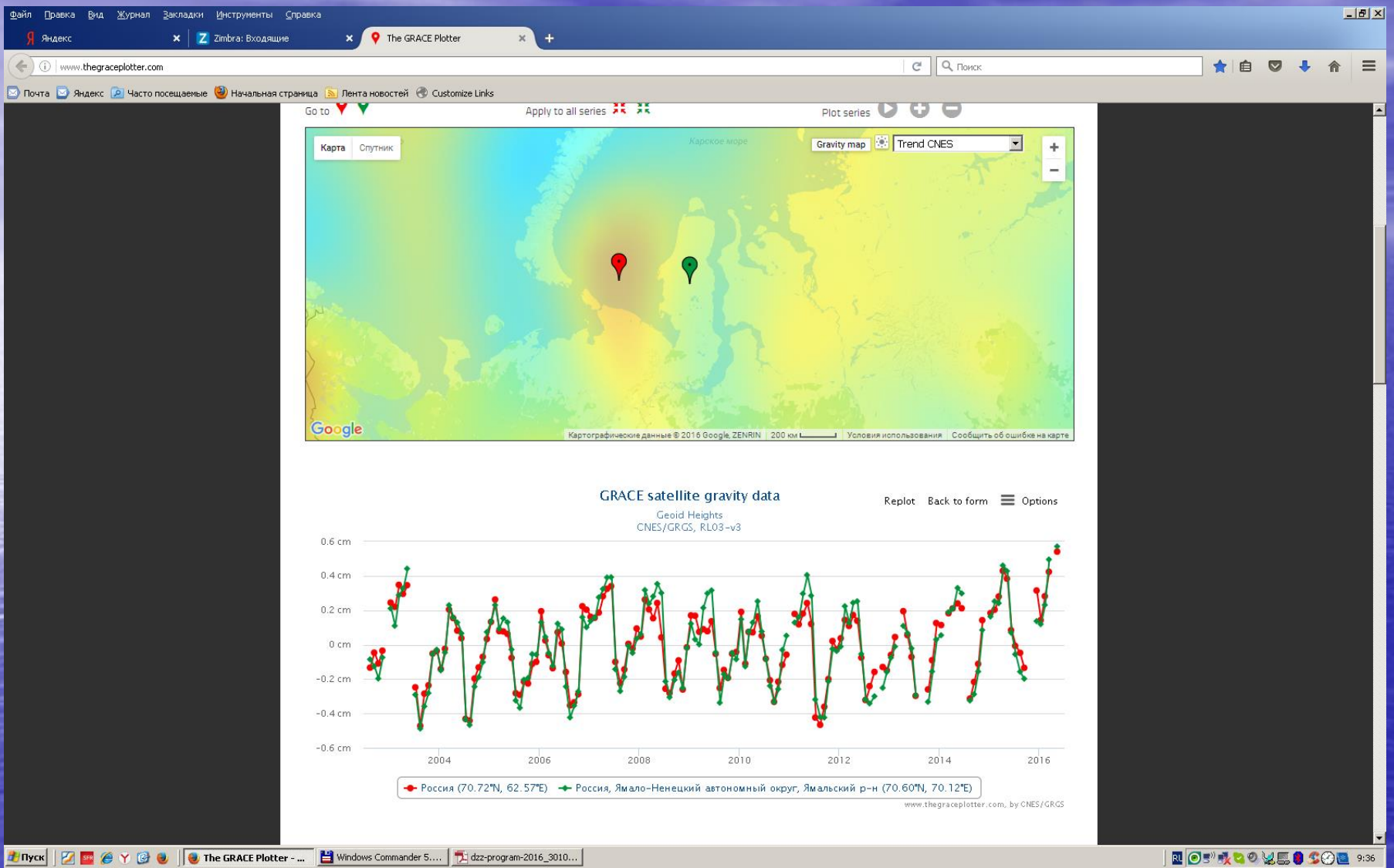


Таяние ледников, косейсмические изменения поля и другие геодинамические процессы  
<http://www.thegraceplotter.com/>

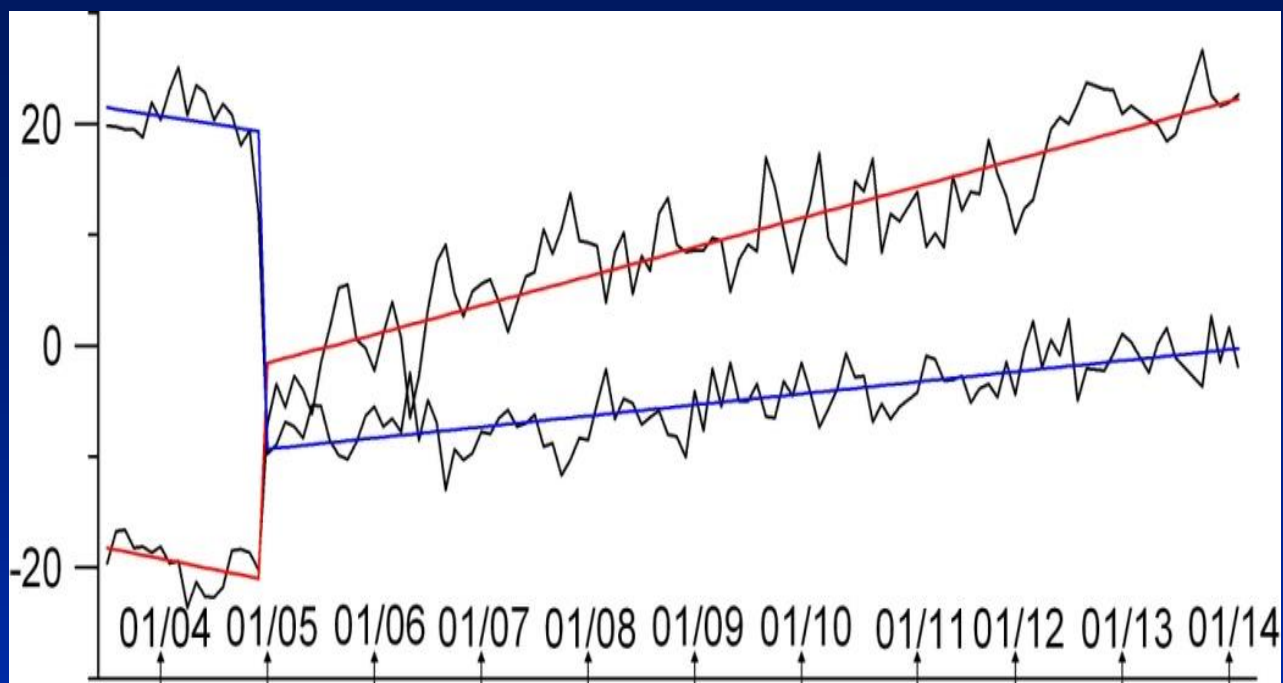


Послеледниковые поднятия

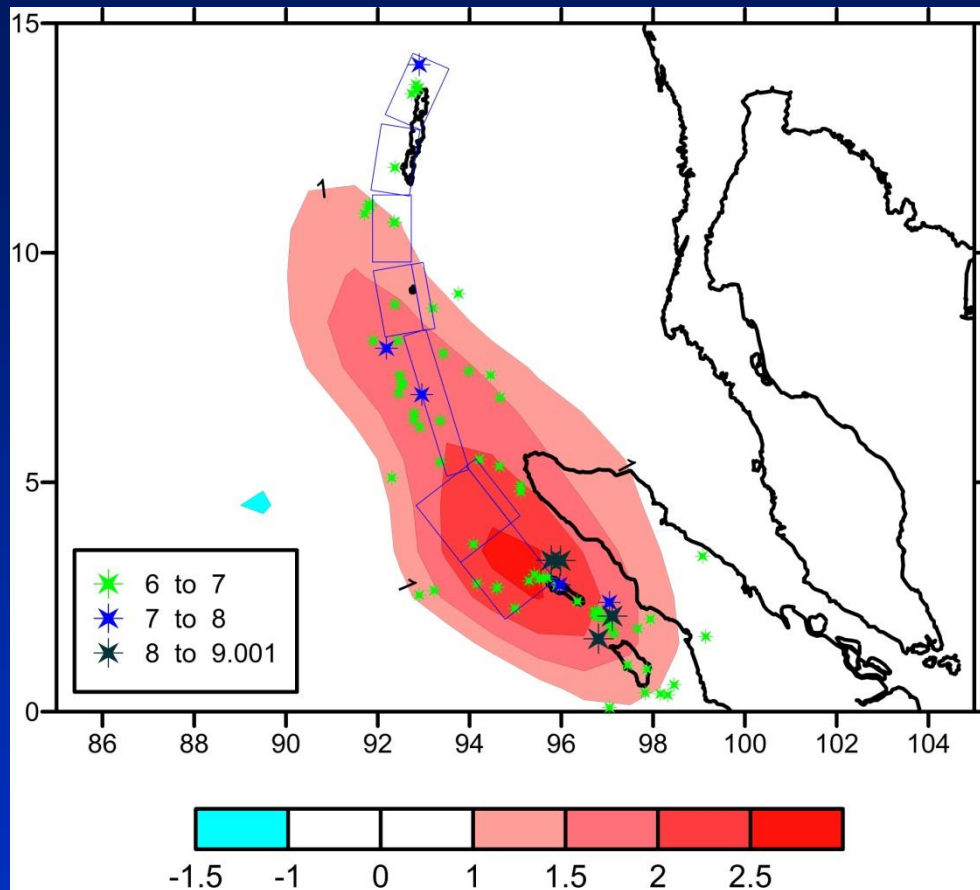




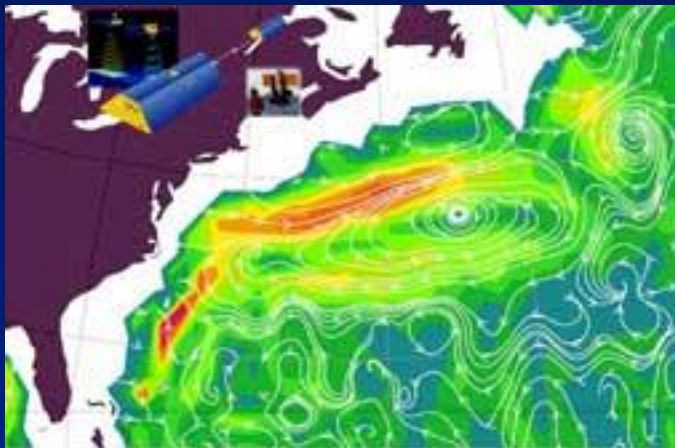
Карское море, Ямал



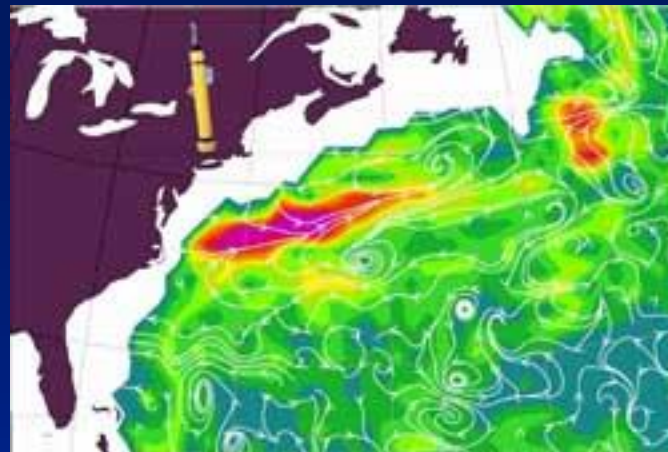
- Временные ряды изменения гравитационной аномалии в точках косейсмического максимума и минимума в мкГал. Линейные тренды и косейсмический скачок, аппроксимирующие косейсмические изменения в области минимума показаны синим цветом, тоже в области максимума - красным цветом.



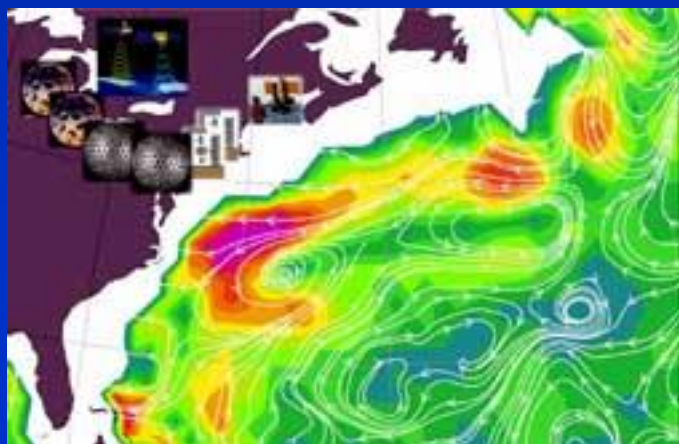
Амплитуда линейного тренда в гравитационном поле после землетрясения на Суматре 12/2004 в мкГал/год. Звездами показаны землетрясения в период с 12/2004 по 04/2014 с магнитудой более 6 по данным каталога NEIC [сайт].



Модель океанической циркуляции, основанная на данных GRACE

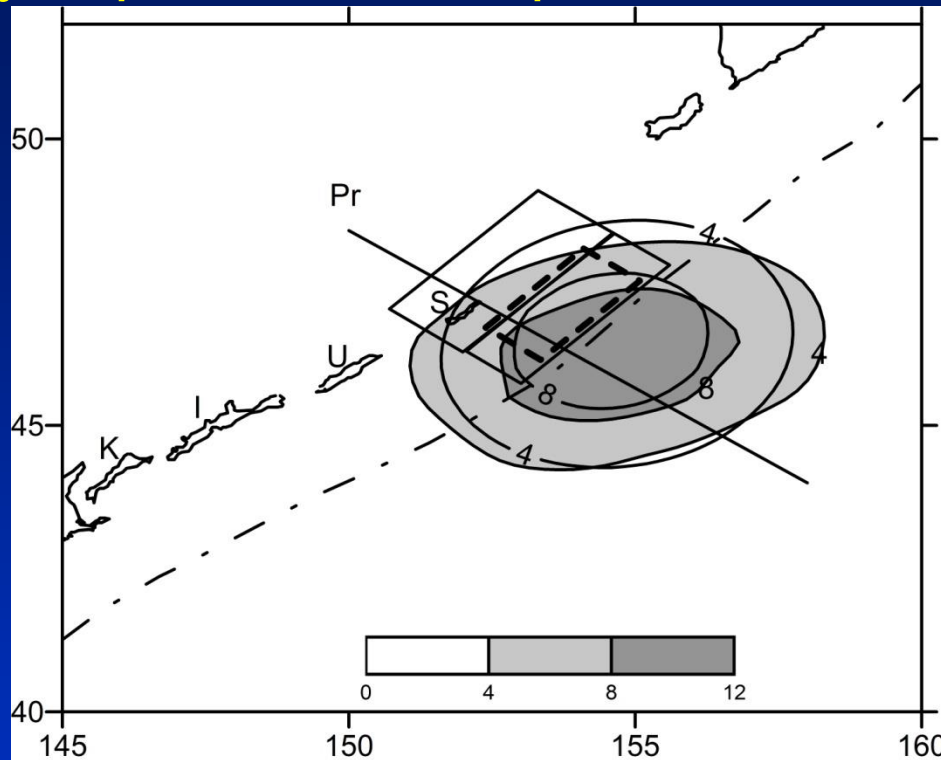


Модель океанической циркуляции, основанная на измерениях на поверхности океана

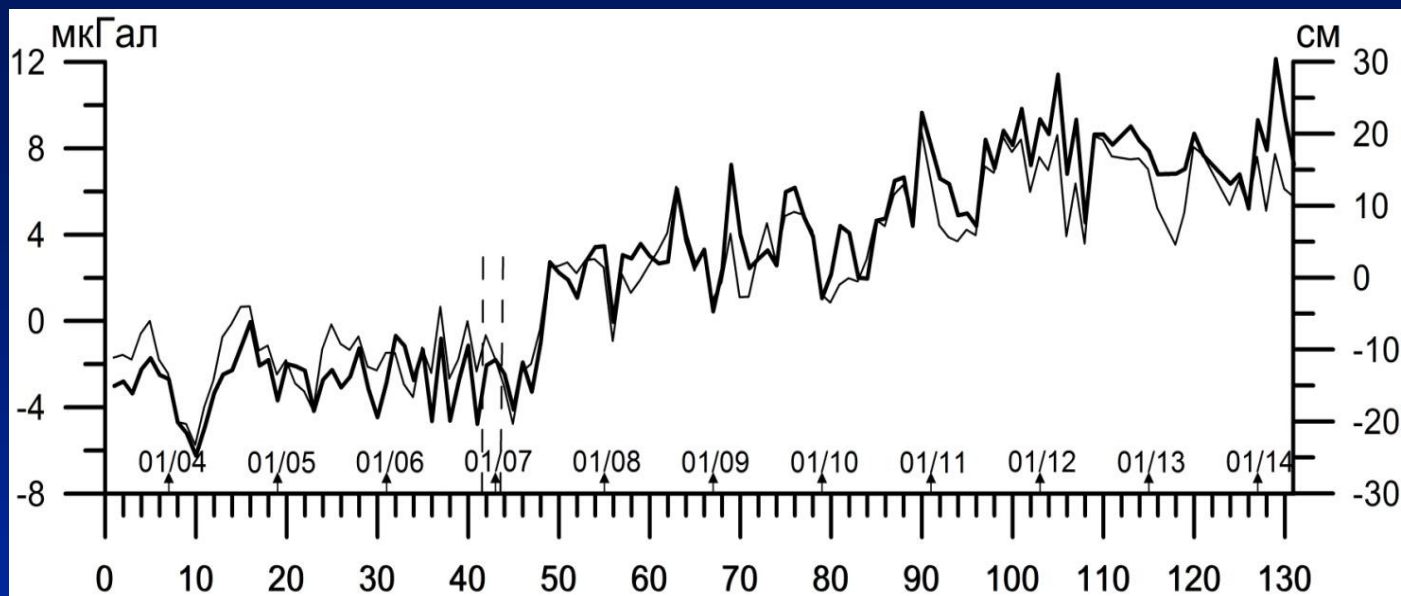


Модель океанической циркуляции, основанная на измерениях на старых моделях гравитационного поля

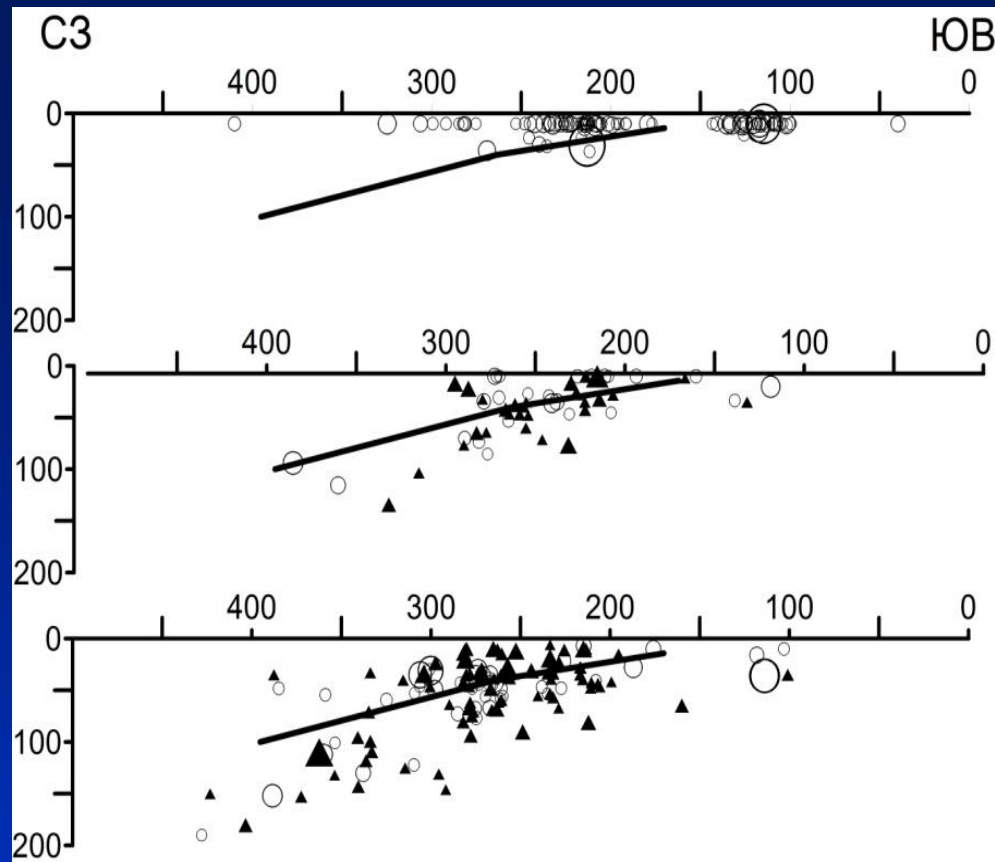
# Временные вариации гравитационного поля в районе Симуширского землетрясения 15/11/2006



Суммарная амплитуда линейного тренда в гравитационном поле по данным спутников Грейс за период с 05/2007 по 07/2012 в мкГал (оттенки серого). Изолинии - амплитуда гравитационной аномалии, рассчитанной от смещения в 3.0 м на верхней и 1.5 на нижней плоскости, которые моделируют область косейсмических смещений на контакте плит. Проекция плоскостей на дневную поверхность показаны непрерывной линией. Пунктир внутри верхней плоскости – проекция модели поверхности косейсмического разрыва [Lay et al., 2009]. Точки - эпицентры землетрясений за период с 11/2006 по 12/2007 по данным каталога NEIC. Острова: Кунашир (К), Итуруп (I), Уруп (U), Симушир (S). Положение океанического желоба показано штрихпунктирной линией.

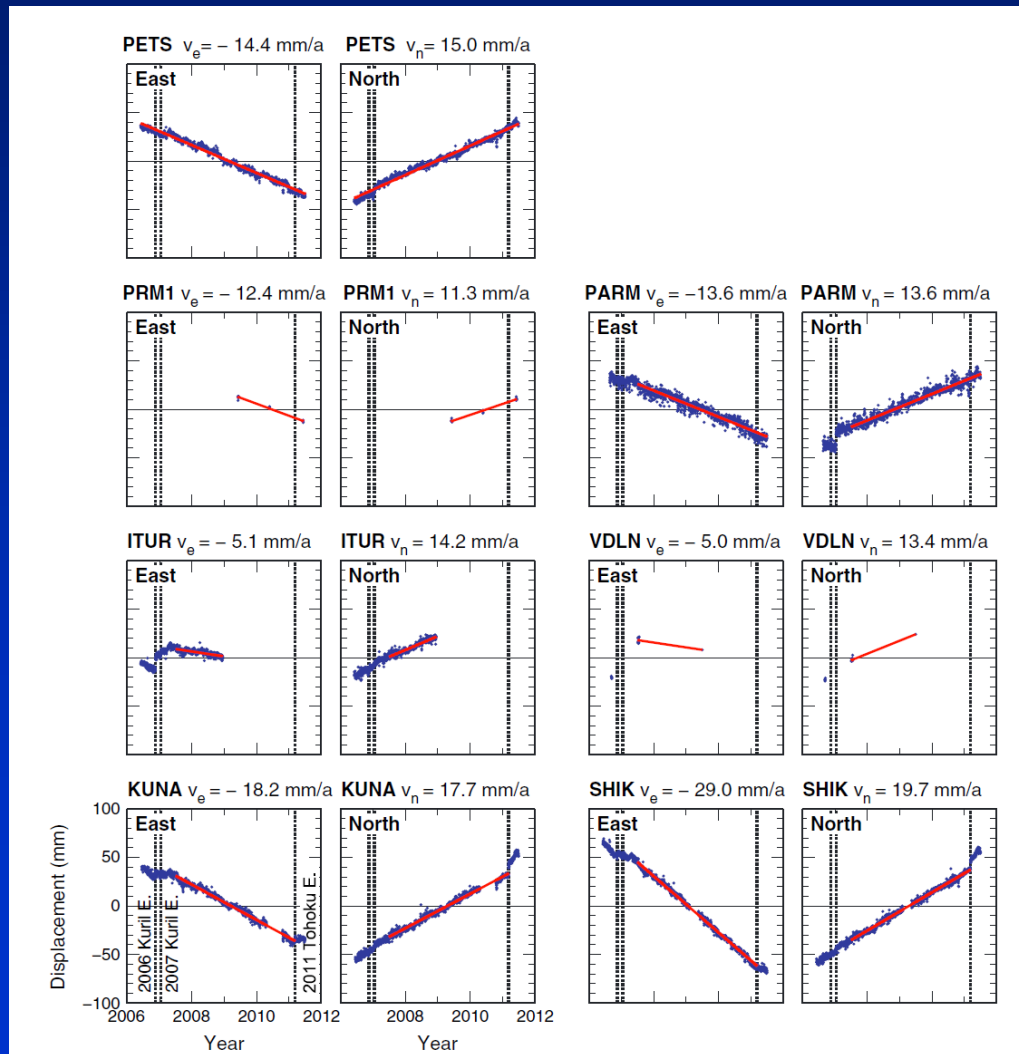


Изменение во времени аномалии гравитационного поля в области максимума тренда. Аномалия  $V_z$  в мкГал (жирная линия, левая вертикальная ось) и соответствующая ей толщина эквивалентного слоя воды в см (тонкая линия, правая ось). Горизонтальная ось - время (месяц, год) начиная с 07/2003 г. Вертикальные пунктирные линии показывают время землетрясений.



Гипоцентры землетрясений в полосе шириной 200 км вдоль профиля, пересекающего максимум линейного тренда. Вверху - события 11/2006 - 02/2007; в середине - 03/2007 - 12/2007 (круги) и за весь 2008 г (треугольники); внизу - 2009-2010 гг (круги) и 2011-05/2014 (треугольники). Размер символов пропорционален магнитуде. Сплошная линия - положение плоскостей, моделирующих поверхность постсейсмических движений, в сечении профиля.

# Временные ряды смещений на пунктах GPS Курильской сети (Kogan et al., 2013)





Статические модели гравитационного поля позволяют:

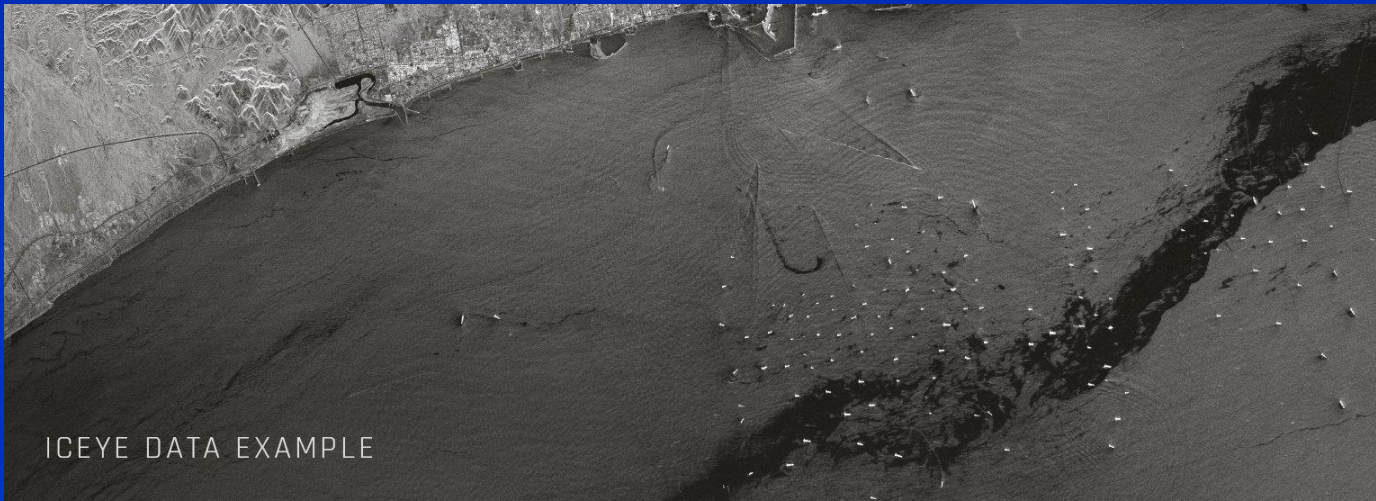
- корректировать данные наземных съемок;
- в комплексе с данными сейсмической томографии строить модели внутреннего строения Земли;
- исследовать строение земной коры;
- Изучать строение осадочных бассейнов, положение разломных зон и связанных с ними рудных месторождений.

Временные вариации гравитационного поля позволяют:

- решать задачи гидрологии (исследовать вариации речного стока, региональный уровень грунтовых вод...);
- строить модели циркуляции океана, необходимые для долгосрочного прогноза погоды;
- изучать постледниковые поднятия;
- оценивать изменения объема ледников;
- изучать косейсмические и постсейсмические процессы.

## Спутниковая радиолокационная съемка применяется для:

- **Мониторинга ледовой обстановки, обнаружения опасных ледовых образований (айсбергов, стамух).**
- **обеспечения судоходства по Северному морскому пути, включая обнаружение, идентификацию и определение параметров движения кораблей, контроль судовых разливов.**
- **Экологической мониторинг мест разведки, добычи и транспортировки углеводородов.**
- **Обнаружение естественных выходов углеводородов на морскую поверхность (сипов, грифонов) в интересах геологоразведки перспективных структур и др.**



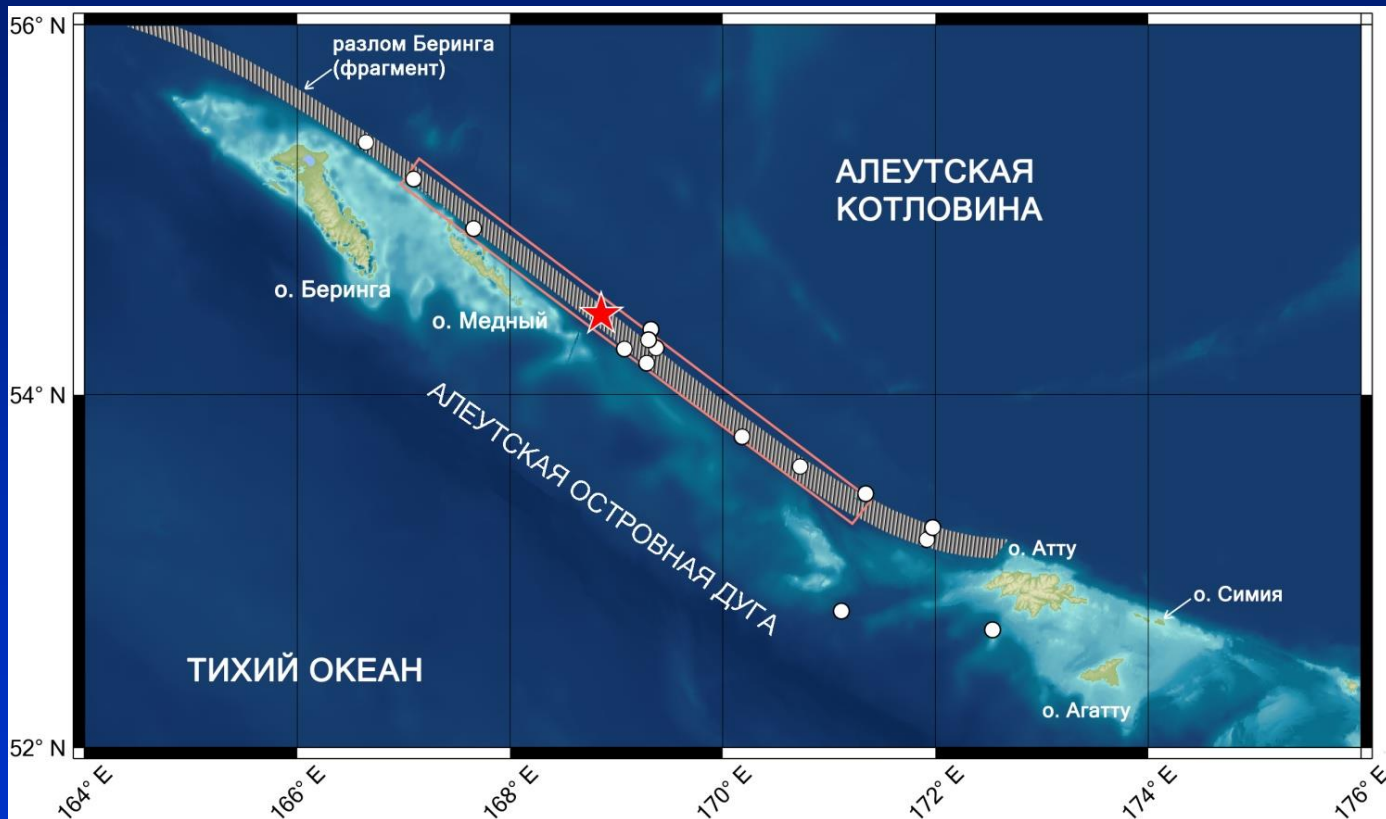
ICEYE DATA EXAMPLE

(<https://www.iceye.com/use-cases/security/dark-vessel-detection-for-maritime-security>)

# Новая модель поверхности разрыва Ближне-Алеутского землетрясения 17.07.2017 г. на основе данных РСА-интерферометрии

Ближне-Алеутское землетрясение (БАЗ) произошло 17.07.2017 в 23:34 UTC (18.07.2017 в 11:34 по местному времени),  $M_W = 7.6$ .

Эпицентр землетрясения находился к юго-востоку от о. Медный, у подножья склона шельфа в 200 км от пос. Никольское (о. Беринга), и имел координаты  $54.443^\circ$  с.ш. и  $168.857^\circ$  в.д.



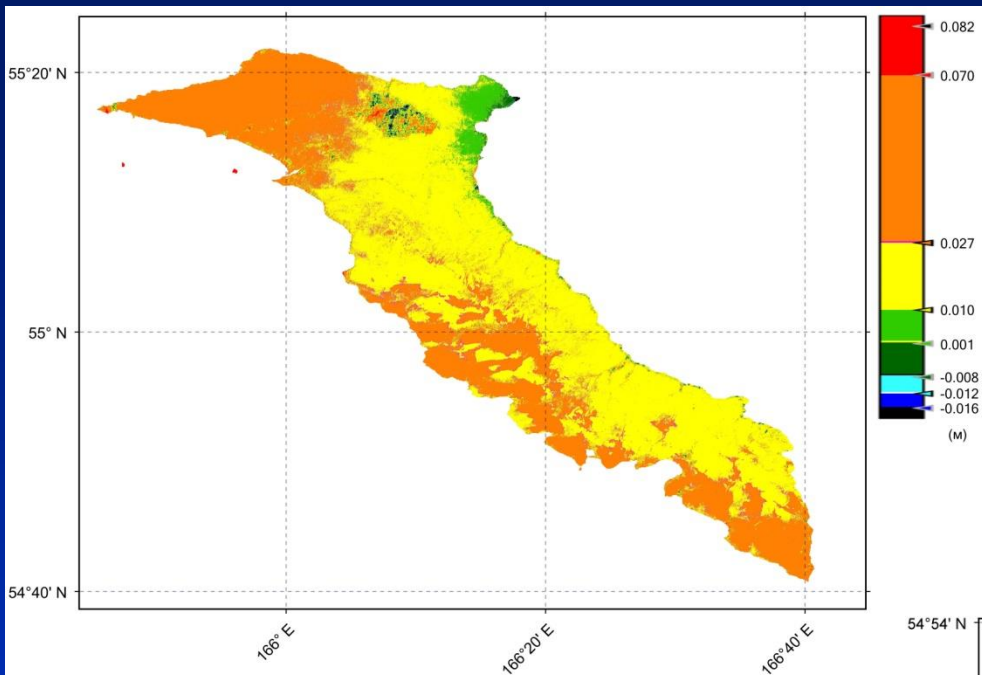
Область Ближне-Алеутского землетрясения. Розовый прямоугольник – модель поверхности разрыва O1 из работы [Чебров и др., 2019\*]. Красная звезда – эпицентр главного события, белые круги – афтершоки с магнитудой более 5 по данным Геологической службы США (USGS).

\* Чебров Д.В., Кугаенко Ю.А., Ландер А.В., Абубакиров И.Р., Гусев А.А., Дрознина С.Я., Митюшкина С.В., Ототюк Д.А., Павлов В.М., Титков Н.Н. **Ближне-Алеутское землетрясение 17.07.2017 г. с  $M_w = 7.8$ . I. Протяженный разрыв вдоль Командорского блока Алеутской островной дуги по данным наблюдений на Камчатке** // Физика Земли. 2019. № 4. С. 48-71.

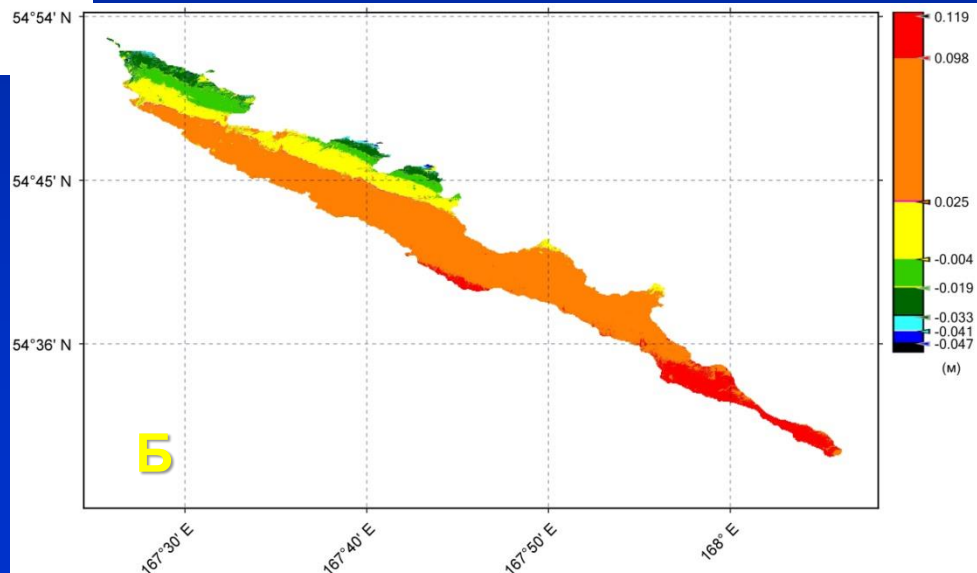
# РСА-интерферометрия: оценка полей смещений земной поверхности

Поля смещений (развернутая фаза),  
полученные по паре снимков от 11.07.2017 и  
23.07.2017 в долях метра.  
А – о. Беринга, Б – о. Медный.

(Поля смещений приведены к нулевому  
среднему)



**А**

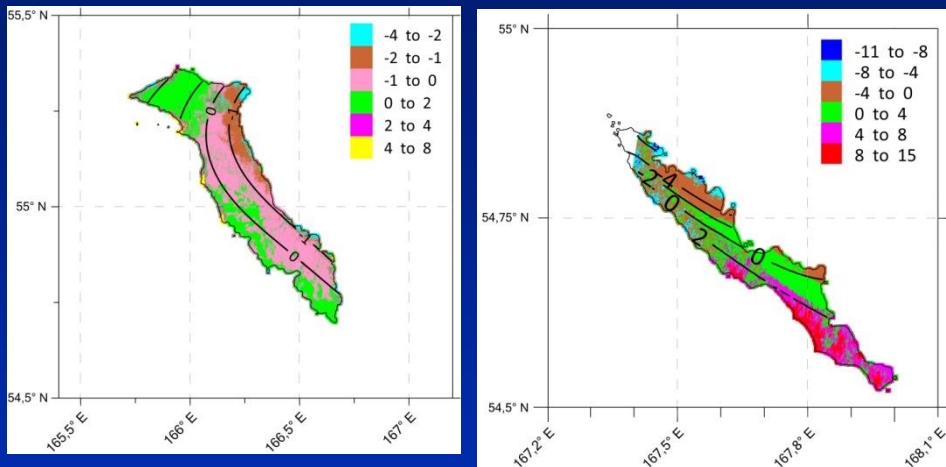


**Б**

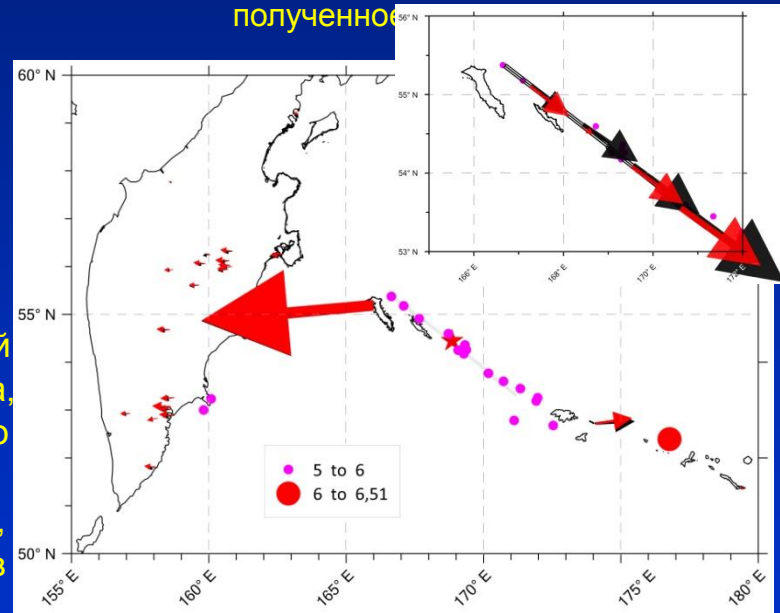
Смещения характеризуют  
косейсмические и постсейсмические события,  
произошедшие за 6 дней после БАЗ.

## Решение обратной задачи

Поля смещений в очаговой области землетрясения БАЗ для модели, состоящей из прямоугольного разрыва длиной по простиранию 370 км, разделенного на четыре равных элемента по простиранию и два по падению.



Смещения (в см) в направлении на спутник на о. Беринга (слева) и о. Медный (справа). Цветовая шкала – РСА-данные, изолинии – получено

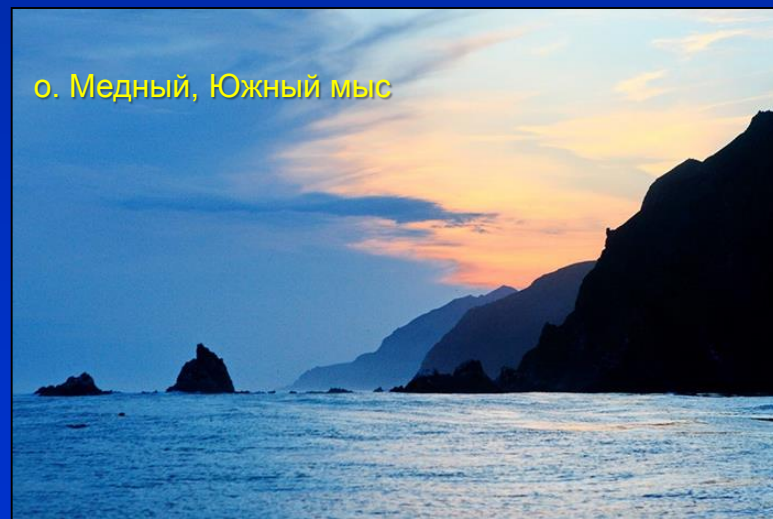


Сравнение смещений на пунктах GPS (красные стрелки – расчетные, черные – измеренные). Модель поверхности разрыва (врезка): красные стрелки – смещения на глубоких элементах, черные – на более мелких.

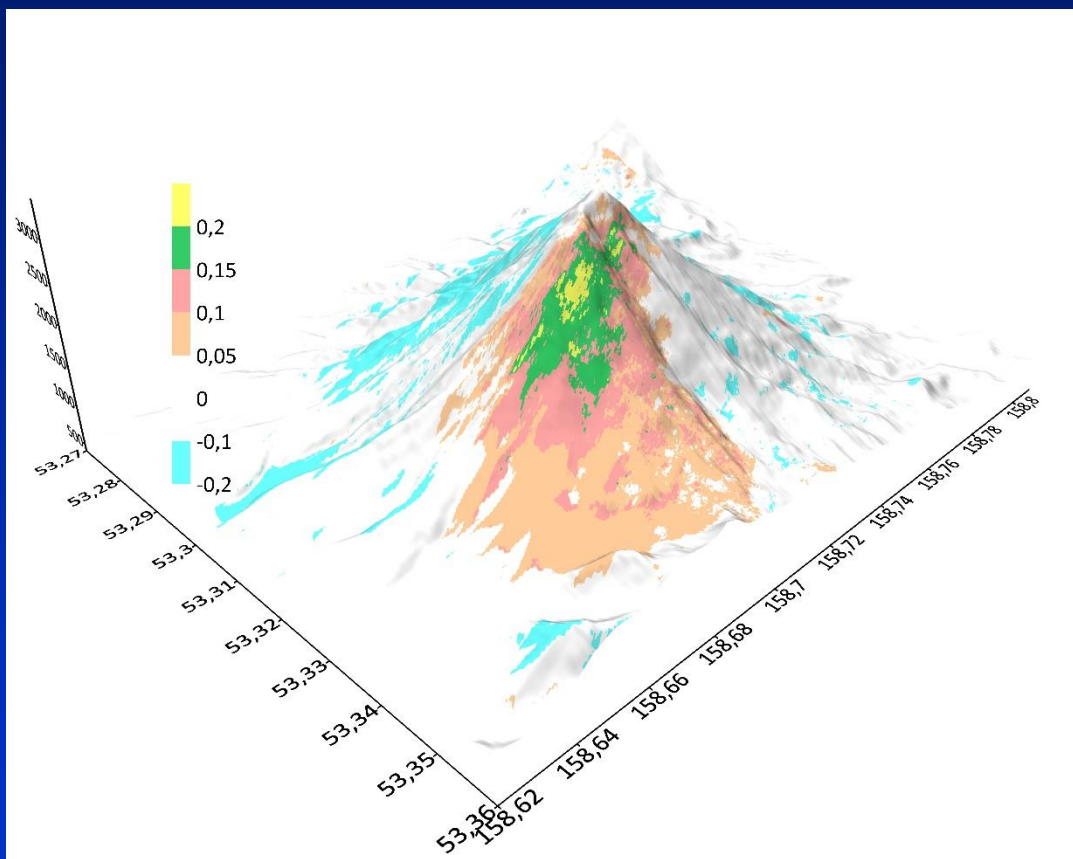
В случае БАЗ двухсегментная модель очага построена на основе двухсегментной структуры облака афтершоков в первые часы после главного события [Чебров и др., 2019]. К исходу первых суток разделенные в пространстве в первые часы облака афтершоков слились, демонстрируя единую очаговую область. Вероятно, именно ее обнаруживает наша РСА-модель, отражающая суммарную за 12 суток деформацию.

Спутниковые данные существенно дополняют наземную информацию, особенно в районах, где проведение наземных исследований затруднено.

Статья: В.О. Михайлов, В.А. Тимофеева, В.Б. Смирнов, Е.П. Тимошкина, Н.М. Шапиро  
Новая модель поверхности разрыва Ближне-Алеутского землетрясения 17.07.2017 г.  
 $M_w=7.8$  на основе данных спутниковой радарной интерферометрии. Физика Земли,  
№2, 2022



Смещения (цветовая шкала в метрах), полученные по парной интерферограмме, построенной по снимкам 16.08.2007 и 06.10.2009. Отрицательные значения – смещения от спутника, положительные – к спутнику. Теневой рельеф построен по ЦМР SRTM. Вертикальная шкала – высоты рельефа в метрах, горизонтальные – координаты в градусах.



Михайлов В.О., Волкова М.С., Тимошкина Е.П., Шапиро Н.М., Смирнов В.Б. О связи активизации вулкана Корякский в 2008–2009 гг. с глубинными магматическими процессами. Физика Земли, №6, 2021. С 3-9 DOI: 10.31857/S0002333721060041

## **Михайлов Валентин Олегович**

Член-корреспондент РАН, профессор, доктор физико-математических наук  
Заведующий лабораторией комплексной геодинамической интерпретации  
наземных и спутниковых данных Института физики Земли им. О.Ю.  
Шмидта РАН

[mikh@ifz.ru](mailto:mikh@ifz.ru)